

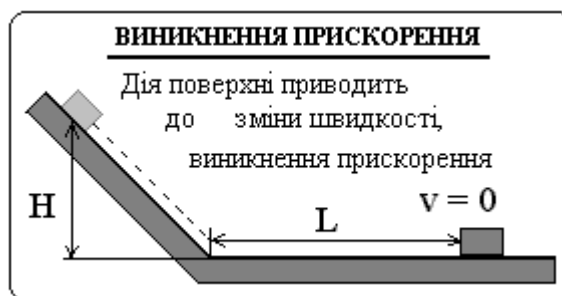
### §13. Взаємодія тіл. Сила та маса. Три закони динаміки (Ньютона)

#### 1<sup>о</sup>. Перший закон динаміки (Ньютона)

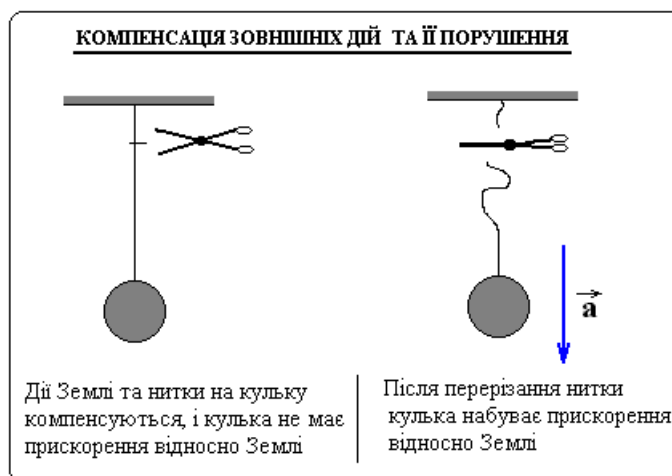
*Динаміка* – це розділ механіки, в якому вивчаються вивчається рух тіл на основі розгляду причин прискорення.

Слово динаміка походить від давньогрецького слова δύνάμις – «динаміс», яке перекладається як «сила».

Якщо розглядати рухи відносно Землі, то можна дійти до висновку, що тіла не мають безпричинних прискорень. Причиною прискорення кожного тіла є зовнішня дія, міра якої називається **силою**. На основі дослідів можна встановити, що зовнішня дія на дане тіло здійснюється іншими тілами. В результаті такої дії, тіла можуть не тільки набувати прискорення, а і змінювати свою форму або об'єм – деформуватися.



Помітно, що і при очевидній наявності зовнішніх дій, тіла можуть і не мати прискорення, тобто перебувати в стані спокою, або рівномірного прямолінійного руху. В такому випадку кажуть, що ці дії (і відповідні їм сили) **компенсуються**, тобто **урівноважуються**.

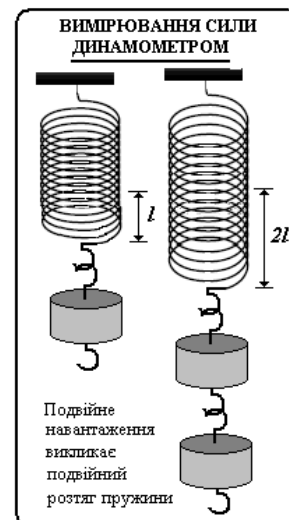


Твердження про те, що *при відсутності, або компенсації зовнішніх дій, тіло не має прискорення, є одним з варіантів першого закону динаміки (Ньютона)*.

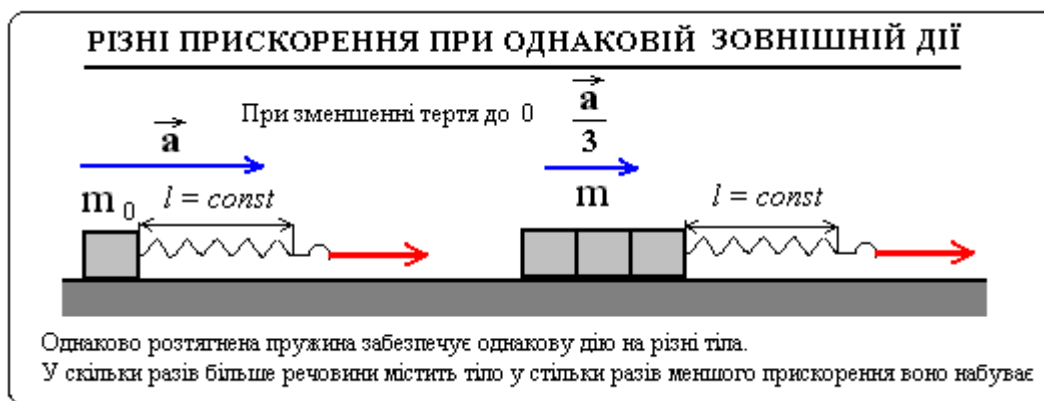
**2<sup>0</sup>. Сила та маса. Другий закон динаміки (Ньютона). Сила тяжіння (вагомості)**

Оскільки взаємодія тіл супроводжується їх деформацією, то діючу силу можна вимірювати за величиною деформації. На цьому ґрунтується спосіб вимірювання сили за допомогою динамометра. У скільки разів збільшується сила, прикладена до пружини динамометра, у стільки разів зростає розтяг пружини.

При вимірюванні сили динамометром, ми маємо бути впевненими, що сила завжди прямопропорційна викликаній нею деформації. Для перевірки такого припущення, слід мати інший спосіб визначення сили – за величиною наданого тілу прискорення. Природно вважати, що однаково деформоване тіло спричиняє однакоvu дію на тіла, з якими воно взаємодіє. При цьому можна виявити, що при однаковій дії різні тіла набувають різного прискорення. Тому вимірювати характеристику зовнішньої дії – силу ( $F$ ) лише за величиною наданого прискорення неможливо, оскільки це прискорення залежить також від особливої властивості



тіла, яка визначає відповідність між величиною зовнішньої дії на тіло і величиною наданого



йому прискорення. Така властивість тіла – набувати прискорення у прямій пропорційності до величини зовнішньої дії – називається **інертністю**. При однаковій зовнішній дії більш інертні тіла набувають меншого прискорення. Міру інертності тіла називають **масою** ( $m$ ).

Докладний розгляд показує, що маса є одночасно мірою здатності тіла притягуватися до Землі, а у випадку однорідних тіл є мірою кількості речовини в тілі.

Часто, рух, при якому швидкість тіла не змінюється, називають **рухом за інерцією**.

Означення сили і маси, дається **другим законом динаміки (Ньютона)**, який стверджує, що діюча на тіло сила дорівнює добутку маси тіла на надане йому прискорення у відповідності до векторної формули

$$\vec{F} = m \vec{a}.$$

З останньої формули видно, що сила є вектором співнапрямленим зі прискоренням. Векторний характер сили означає, що вона має всі математичні властивості вектора, зокрема, може зображуватись у вигляді напрямленого відрізка прямої, підлягає правилу додавання трикутника та паралелограма, може бути розкладеною на векторні доданки – складові.

Для випадку однієї сили з векторного рівняння впливає запис для модуля сили

$$F = ma.$$

Останній запис дозволяє виразити одиницю сили, яка на честь автора першої системи законів динаміки називається ньютон (Н), через одиницю маси та прискорення

$$[F] = [m][a] = \text{кг м/с}^2 = \text{Н}.$$

Таким чином за одиницю сили – ньютон приймається сила, яка масі 1 кг надає прискорення 1 м/с<sup>2</sup>.

Як відомо, Земля, притягуючи тіла поблизу своєї поверхні, надає їм однакового прискорення  $a = g \approx 9,81 \text{ м/с}^2$ . Це означає, що, у відповідності зі другим законом динаміки, сила земного тяжіння поблизу поверхні Землі – сила вагомості (не вага!)  $F_g = mg$ .

Зрозуміло, що в дійсності, тіло може зазнавати декількох одночасних дій. Так, на кульку, підвішену до нитки, діє нитка та Земля, яка притягує всі тіла. Кожна дія характеризується відповідною силою, яка спроможна надати тілу окремого прискорення.

В такому випадку загальне прискорення тіла є результатом спільної дії всіх сил. Якщо, з

допомогою нитки рухати кульку по вертикалі з прискоренням, то це прискорення буде

визначатися двома діями – нитки і Землі. Іншими словами, прискорення визначатиметься

двома силами: силою натягу нитки  $\vec{F}$  та силою притягання до Землі (силою тяжіння)  $\vec{F}_g$ ,

тобто, сумою названих двох сил. Отже, вектор сили в початковому рівнянні динаміки слід

вважати сумою векторів всіх діючих сил, тобто *рівнодійною силою*, яка діє, як декілька

складових сил разом. Таким чином, другий закон динаміки у формі, зручнішій для

розв'язування задач, стверджує, що **сума всіх діючих на тіло сил рівна добутку маси тіла на його прискорення.**

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_1 + \dots + \vec{F}_n = m\vec{a}.$$

В останньому запису  $n$  є номером останньої сили, тобто зліва знаходиться  $n$  доданків.

Рівняння, що справедливе для векторів, є справедливим для всіх проекцій цих векторів. Тому рівняння другого закону динаміки можна написати також в проекціях на вісь

$$F_{1x} + F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = ma_x.$$

Виразивши проекції векторів через їх модулі, можна перейти до звичних алгебраїчних обчислень.

### Приклади

1. На тіло масою  $m = 10$  кг, що знаходиться на горизонтальній поверхні, діють вздовж поверхні дві протилежні сили  $F_1 = 50$  Н і  $F_2 = 100$  Н. З яким прискоренням рухається тіло? Що можна сказати про напрямок руху тіла?

*Розв'язання.*

Тіло матиме прискорення в горизонтальному напрямку, в напрямку більшої сили. Направимо вісь  $Ox$  за напрямком прискорення і врахуємо, що сума проекцій сил рівна добутку маси тіла на проекцію його прискорення.

$$F_{1x} + F_{2x} = ma_x.$$

Виразимо проекції векторів через їх модулі. Оскільки  $F_{1x} = -F_1$ ,  $F_{2x} = F_2$ ,  $a_x = a$ , то рівняння набуде вигляду

$$-F_1 + F_2 = ma.$$

З останнього знаходимо величину прискорення

$a = \frac{F_2 - F_1}{m}$ . Отримали алгебраїчну відповідь. Перевіряємо розмірність відповіді

$[a] = \frac{H}{кг} = \frac{кг \cdot м}{с^2 \cdot кг} = \frac{м}{с^2}$ . Вірна розмірність є підтвердженням правильності алгебраїчної

відповіді. Підставивши числові значення величин виражених в системі СІ в алгебраїчну відповідь, знаходимо числову відповідь.  $a = 5 м/с^2$ .

2. Автомобіль масою  $m = 1$  т загальмував при швидкості  $v_0 = 72$  км/год. за  $t = 0,5$  с. Знайти гальмівну силу  $F$ .

*Розв'язання.*

Гальмівна сила  $F = ma$ . Гальмівне прискорення, яке визначається темпом зміни швидкості

$$a = -\frac{v - v_0}{t}. \text{ Врахувавши, що кінцева швидкість } v = 0, a = \frac{v_0}{t}. \text{ Врешті } F = m \frac{v_0}{t}.$$

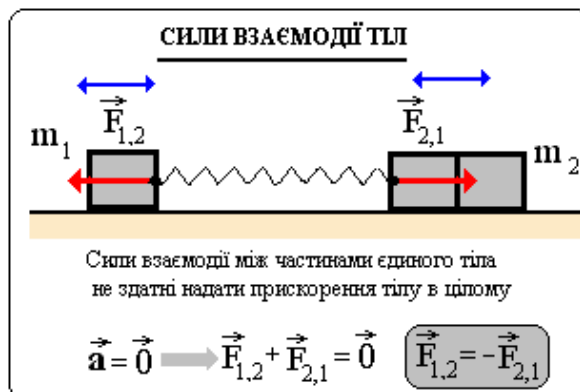
Після перевірки розмірності, обчислимо в одиницях СІ

$$F = 4 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

Зауважимо, що для автомобіля даної маси це дуже велика сила. Можливість такого гальмування можна оцінити на основі більш повного знайомства з силами природи.

### 3<sup>0</sup>. Взаємодія тіл. Третій закон динаміки (Ньютона)

Оскільки кожна дія одного тіла на інше носить характер взаємодії цих тіл, то розумно допустити, що ця взаємодія відбувається на рівних правах. Адже взаємодія постійно зв'язаних тіл, або двох частин одного тіла, не здатна надати прискорення системі, як цілому. Це означає, що *сили взаємодії двох тіл рівні за модулем і протилежно напрямлені по одній прямій*. Це твердження становить зміст **третього закону динаміки (Ньютона)**.



$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1} \quad (F_{1,2} = F_{2,1} = F).$$

Останній запис означає, що сила, яка діє з на перше тіло з боку другого рівна і протилежна силі, яка діє на друге з боку першого. Вираз в дужках пояснює, що модулі (величини) сил рівні.

#### Приклади.

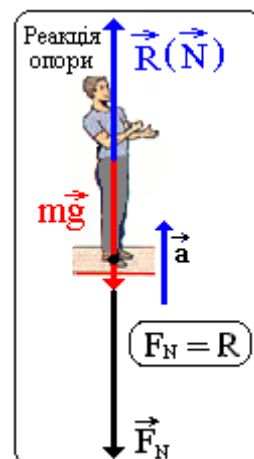
1. З якою силою  $F_N$  тисне на підлогу ліфта пасажир масою 50 кг, якщо ліфт піднімається з прискоренням  $a = 1 \text{ м/с}^2$ ?

Розв'язання (див мал.). Для руху пасажир, рівняння динаміки:

$N - mg = ma$ . Оскільки пружна нормальна реакція, що діє на людину з боку підлоги, рівна і протилежна силі тиску

$N = F_N$  ( третій закон динаміки), то матимемо

$$F_N = mg + ma. \quad P = 540 \text{ Н.}$$



#### А. Запитання.

1. Що є причиною прискореного руху тіл?

2. Що може трапитися з тілами в результаті зовнішньої дії?
3. Як читається перший закон динаміки?
4. Що таке маса тіла?
5. Що називають силою?
5. Як читається другий закон динаміки?
6. Як читається третій закон динаміки?

**Б. Задачі-запитання.**

1. Чи в усіх системах відліку причиною прискорення тіл є зовнішня дія?
2. Чи завжди при наявності зовнішніх дій тіло набуває прискорення? Чому?

**Г. Задачі на розрахунок.**

1. Яка сила притягання до землі тіла масою 10 кг ?.
2. Динамометр, до якого підвішений вантаж, показує 5 Н. Яка маса підвішеного вантажу?
3. Яку найменшу силу  $F$  треба прикласти, щоб тіло масою  $m = 50$  кг розігнати до швидкості  $v = 10$  м/с за  $t = 2$  с ?
4. Хлопчик рухає сани масою  $m = 50$  кг, прикладаючи горизонтальну силу  $F = 50$  Н. Сила опору рухові становить  $F_r = 40$  Н. З яким прискоренням  $a$  рухаються сани?
5. Два хлопці розтягують гумовий джгут у протилежні боки, прикріпивши до його кінців динамометри. Визначте (у ньютонках) силу пружності, що виникає в джгуті, коли обидва динамометри показують  $F = 10$  Н.

**§14. Сила пружності. Закон Гука.**

**1. Типи та види деформацій. Сила пружності**

Як вже зазначалось, внаслідок дії зовнішньої сили, тіло може змінити свою форму, або об'єм – зазнати *деформації*.

Існують *два типи деформацій*. Деформація, при якій тіло повністю відновлює початкову форму, та об'єм, називається *пружною*, іншого виду – називається *пластичною*.

При достатньо великому зміщенні (за межу пружності) пружна деформація переходить в пластичну.

*Основними видами деформації є розтяг - стиск та зсув.*

Деформація розтягу - стиску виникає під дією протилежних сил, що діють вздовж однієї прямої.

Сила, яка виникає внаслідок пружної деформації, і напрямлена протилежно деформаційному зміщенню називається *силою пружності*.

Якщо деформація встановилась, то сила пружності рівна і протилежна деформуючій. Прикладами сил пружності є розглянуті сили нормальної реакції та натягу підвісу.

При деформації розтягу-стиску відбувається зміщення частинок тіла по лінії сили. Внаслідок зміни відстаней між частинками проявляються сили притягання (при розтягу), або відштовхування (при стиску). Виникає сила пружності, яка є сумою сил притягання, або відштовхування частинок, розташованих на нормальній площі розподілу сили.

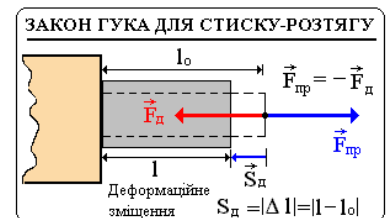
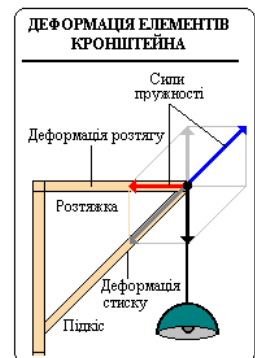
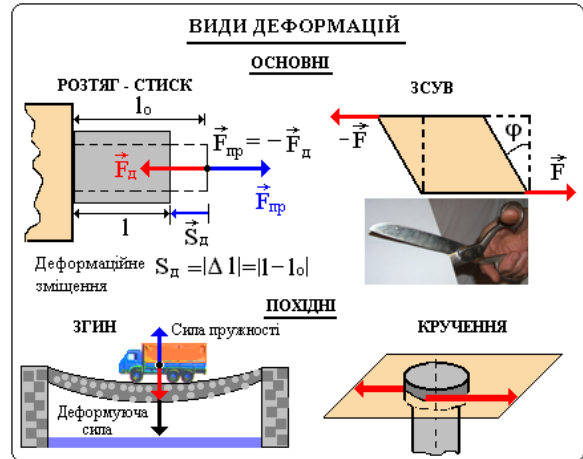
Деформаційне зміщення є сумою однакових зміщень всіх частинок по лінії сили.

Оскільки сила пружності визначається зміщенням однієї частинки, то при розтягу-стиску, сила пружності в будь-якому місці (перерізі) між сусідніми точками закріплення є однаковою.

Деформація зсуву характеризується зміною кутів елементарних паралелепіпедів без зміни розмірів їх граней під дією протилежних паралельних сил.

Деформація згину характеризується викривленням осі, чи серединної поверхні тіла, і зводиться до розтягу шарів матеріалу, які лежать в бік опуклості від серединної (нейтральної) частини тіла та стиску інших шарів.

Деформація кручення характеризується взаємним поворотом площин, перпендикулярних до осі повороту, під дією протилежних сил, паралельних цим площинам. Зрозуміло, що ця деформація зводиться до деформації зсуву.



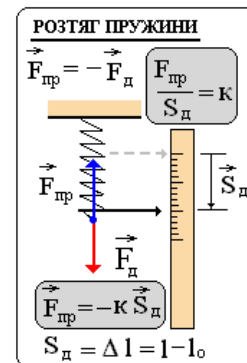
## 2. Закон Гука для пружних властивостей тіл. Коефіцієнт пружності (жорсткості)

Для пружних деформацій розтягу-стиску виконується закон Гука, який стверджує, що сила пружності  $\vec{F}_s$  прямопропорційна і протилежна

деформаційному зміщенню  $\vec{S}_d$ , а відношення їх модулів для даного тіла є величиною сталою, яка називається коефіцієнтом пружності (жорсткості).

$$\vec{F}_s = -k_s \vec{S}_d,$$

$$\frac{F_s}{S_d} = k_s,$$



або

$$\frac{F_s}{|\Delta l|} = k_s.$$

Іншими словами: **сила пружності прямопропорційна деформаційному зміщенню і протилежно йому напрямлена**

$$\vec{F}_{\text{пр}} = -k \vec{S}_d.$$

Модуль сили пружності

$$F_s = k_s S_d, \text{ або } F_s = k_s |\Delta l|.$$

У відповідності до визначальної формули, одиницею коефіцієнту пружності в системі СІ є Н/м.

#### Запитання

1. Що називають деформацією тіла?
2. Які види деформацій існують?
3. Які види деформацій належать до основних та до похідних?
4. Що стверджує закон Гука для пружних деформацій розтягу-стиску?
5. Що називають коефіцієнтом пружності (жорсткості) та в яких одиницях він вимірюється?

#### Задачі-запитання

1. Якої деформації зазнають свердла під час свердління?
2. Чому поперечні балки мають з боків С-подібну форму – є таврованими?
3. Чому обід велосипедного колеса роблять жолобчастим, а не суцільним?

**Відповіді.** 1. Кручення та стиску. 2. З метою економії матеріалу та полегшення конструкції, адже міцність практично не втрачається, оскільки при деформації згину шари близькі до серединних (нейтральних) основного деформаційного навантаження не несуть і мало впливають на міцність. 3. З попередньо вказаних причин. Крім того така форма ободу створює можливість зручного кріплення шини.

#### Приклади



## Плющай І.І. ФІЗИКА-7-6 Динаміка. Закони Ньютона

1. Тіло масою  $m$  піднімають з прискоренням  $a$  за допомогою двох пружин жорсткістю  $k_1$  та  $k_2$ . Знайти видовження кожної пружини  $\Delta l$  у випадку їх послідовного та паралельного приєднання до тіла.

*Розв'язання.* При послідовному сполученні пружин сила пружного розтягу пружин є однаковою, так як визначається взаємодією частинок по довжині деформованого тіла. Тому за другим законом динаміки, в проекціях на напрямок прискорення, для кожної пружини

$$F_s - mg = ma, F_s = k_1|\Delta l_1| = k_2|\Delta l_2|. \text{ Тому } |\Delta l_1| = \frac{m(g+a)}{k_1}, |\Delta l_2| = \frac{m(g+a)}{k_2}.$$

При паралельному сполученні деформаційне видовження пружин зі спільною точкою закріплення однакове  $|\Delta l_1| = |\Delta l_2| = k|\Delta l|$ . Дія пружин спільна, при однаковій деформації кожна сила визначається своїм коефіцієнтом пружності

$$F_s = F_{s1} + F_{s2} = k_1|\Delta l_1| + k_2|\Delta l_2| = (k_1 + k_2)|\Delta l|, F_s - mg = ma, (k_1 + k_2)|\Delta l| = mg + ma.$$

$$\text{Врешті } |\Delta l| = \frac{m(g+a)}{k_1 + k_2}.$$

2. Два тіла однакової маси  $m$  з'єднані пружиною жорсткістю  $k$  і розташовані на горизонтальній поверхні. До одного з тіл прикладена горизонтальна сила  $F$ . Знайти деформаційне зміщення пружини, якщо тертя тіл об поверхню відсутнє.

*Розв'язання.* Для руху останнього вантажу  $F_s = ma$ ,  $a = \frac{F}{2m}$  (оскільки сила рухає обидва вантажі),  $k|\Delta l| = 0,5F$ .  $|\Delta l| = \frac{0,5F}{k}$ .

### Задачі на розрахунок

1. Вантаж, підвішений до динамометра, переміщається вертикально вгору із прискоренням  $a = 3,0 \text{ м/с}^2$ . Маса вантажу  $m = 4,0 \text{ кг}$ , коефіцієнт пружності пружини динамометра  $k = 1000 \text{ Н/м}$ . Знайти видовження пружини відносно недеформованого стану. ( $g = 10 \text{ м/с}^2$ ).

2. Вантаж масою  $m = 4 \text{ кг}$ , підвішений до динамометра з коефіцієнтом пружності пружини  $k_s = 1000 \text{ Н/м}$ , рухається вертикально вниз з прискоренням  $a = 3 \text{ м/с}^2$ . Знайти видовження пружини  $\Delta l$ . ( $g = 10 \text{ м/с}^2$ ).

3. Два тіла з масами  $m_1 = 1 \text{ кг}$   $m_2 = 2 \text{ кг}$  лежать на гладкій горизонтальній площині. Вони скріплені нерозтяжною ниткою, що рветься при натягу  $T$ , більшому  $40 \text{ Н}$ . До тіл прикладені сили відповідно  $F_1$  і  $F_2$ , які напрямлені горизонтально в протилежні сторони. При яких значеннях сили  $F_2$  нитка не рветься, якщо  $F_1 = 20 \text{ Н}$ ?

1.  $F_s - mg = ma, F_s = k|\Delta l|, |\Delta l| = \frac{m(g+a)}{k}$ .  $|\Delta l| = 4,2 \text{ см}$ . 2.  $|\Delta l| = 3,8 \text{ см}$ .