Гельфгат І. М.

Фізика

ПРОФІЛЬНИЙ РІВЕНЬ

за навчальною програмою
авторського колективу
під керівництвом Локтєва В. М.

підручник для 10 класу
закладів загальної середньої освіти

Харків
Видавництво «Ранок»
2018

УДК [53:37.016] (075.3)
Г32

Гельфгат І. М.

Г32 Фізика (профільний рівень, за навчальною програмою авторського колективу під керівництвом Локтєва В. М.) : підруч. для 10 кл. закл. загал. серед. освіти / І. М. Гельфгат. — Харків : Вид-во «Ранок», 2018. : іл., фот.

ISBN

УДК [53:37.016] (075.3)

Інтернет-підтримка

Електронні матеріали
до підручника розміщено на сайті
interactive.ranok.com.ua

ISBN

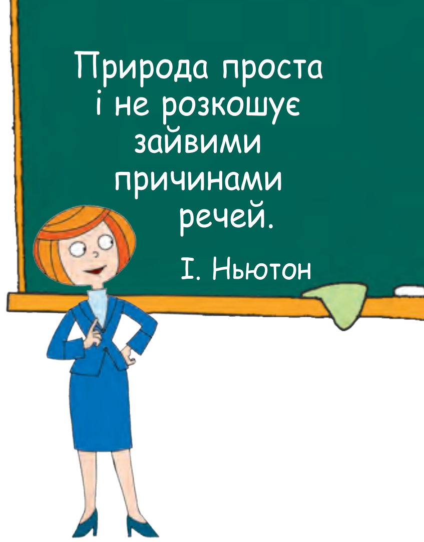
ВСТУП

РОЗДІЛ 1. МЕХАНІКА

РОЗДІЛ 2. ЕЛЕМЕНТИ СПЕЦІАЛЬНОЇ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ

РОЗДІЛ 3. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА

РОЗДІЛ 4. ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ



Дорогі друзі!

На вас чекає ще один рік шкільного навчання, протягом якого ви будете вивчати курс фізики 10 класу на профільному рівні. Отже, попереду багато цікавого!

Ви глибше ознайомитеся із законами механіки Ньютона, дізнаєтеся про основи спеціальної теорії відносності, закони молекулярної фізики та термодинаміки, а також про закони електростатики. Ви наблизитеся до глибокого розуміння законів природи, навчитеся застосовувати ці закони.

Хотілося б поділитися з вами захопленням досягненнями фізичної науки. Шлях до них торували геніальні вчені та рядові науковці, що працювали в багатьох країнах, у тому числі й в Україні.

Зверніть увагу на те, що параграфи завершуються рубриками: «*Підбиваємо підсумки*», «*Контрольні запитання*», «*Вправа*». Для чого вони потрібні і як з ними краще працювати?

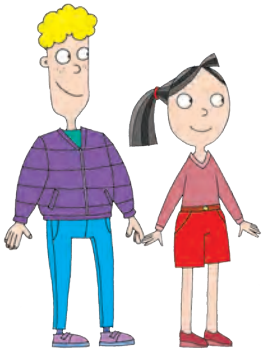
У рубриці «*Підбиваємо підсумки*» подано відомості про основні поняття та явища, з якими ви ознайомилися в параграфі. Отже, ви маєте можливість іще раз звернути увагу на головне.

«*Контрольні запитання*» допоможуть з'ясувати, чи зрозуміли ви вивчений матеріал. Якщо ви зможете відповісти на кожне запитання, то все гаразд, якщо ж ні, знову зверніться до тексту параграфа.

Рубрика «*Вправа*» зробить вашу подорож у дивовижний світ фізики ще цікавішою, адже ви зможете застосувати отримані знання на практиці. Завдання цієї рубрики диференційовані за рівнями складності — від доволі простих, що потребують лише уважності, до творчих, розв'язуючи які, слід виявити кмітливість і наполегливість. Номер кожного завдання має відповідний колір (у порядку підвищення складності: синій, зелений, оранжевий, червоний, фіолетовий).

Серед завдань є такі, що слугують для повторення матеріалу, який ви вже вивчали в курсах природознавства, математики або на попередніх уроках фізики.

Профільний курс фізики 10 класу об'ємний і змістовний. Тому під час написання кожного рядка цього підручника автор подумки вів діалог з учнями.



От таким чином на сторінках підручника з'явилися ваші ровесники і ровесниці. Вони ставлять запитання, висловлюють сумніви, задоволення або незадоволення... Проте головна оцінка — за вами.

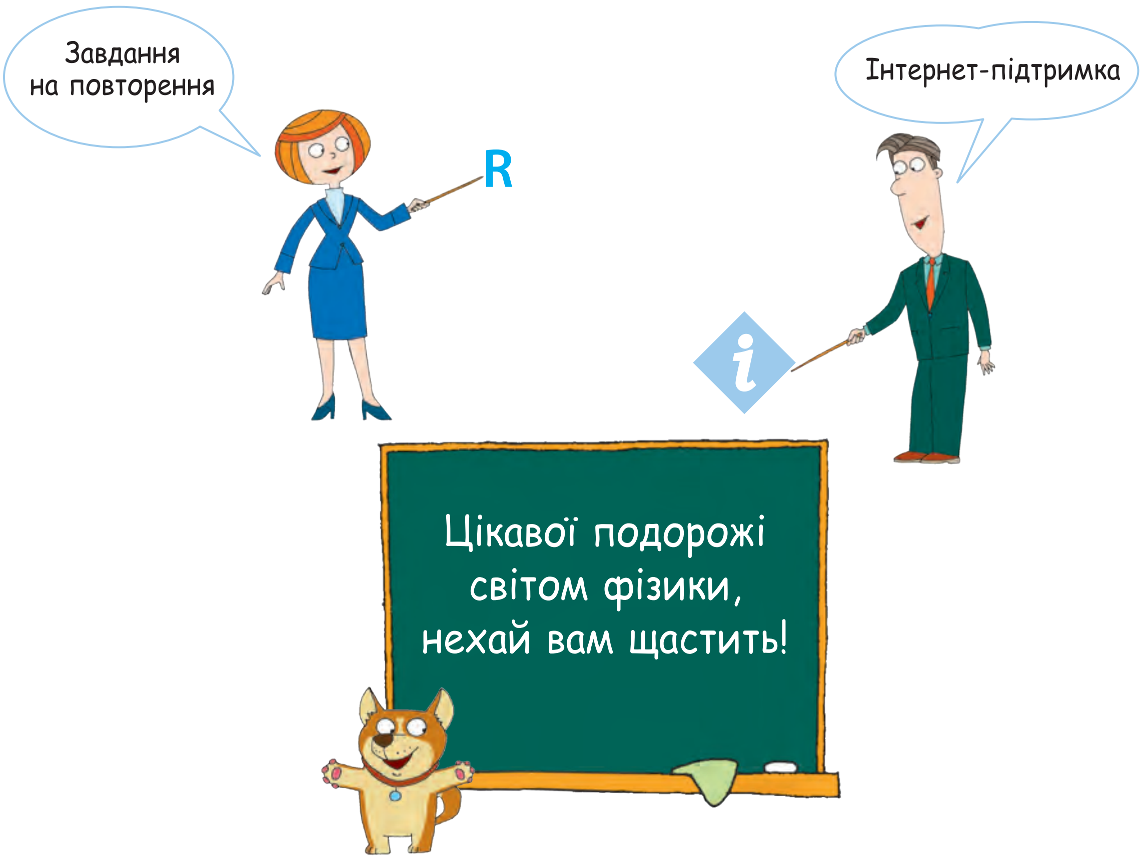
Чимало цікавого ви знайдете на електронному освітньому ресурсі «*Інтерактивне навчання*» (interactive.ranok.com.ua). Це відеоролики, що показують у дії той чи інший фізичний дослід або процес; інформація, яка допоможе вам у виконанні завдань; тренувальні тестові завдання з комп'ютерною перевіркою; корисні поради, що стануть вам у пригоді під час створення і презентації навчальних проектів.

Фізика — наука насамперед експериментальна, тому в підручнику на вас очікують *експериментальні завдання та лабораторні роботи*. Обов'язково виконуйте їх — і ви будете краще розуміти фізику.

Матеріали, запропоновані наприкінці кожного розділу в рубриках «*Підбиваємо підсумки розділу*» і «*Завдання для самоперевірки*», допоможуть систематизувати отримані знання, будуть корисними під час повторення вивченого та в ході підготовки до контрольних робіт.

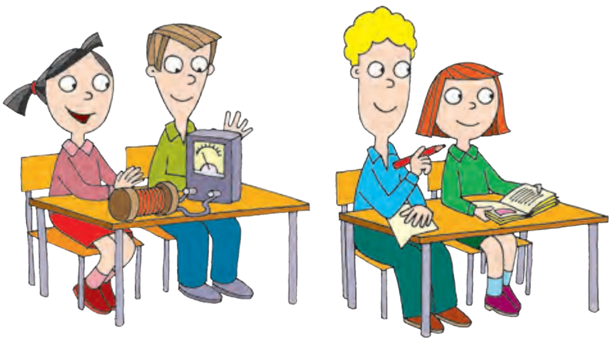
Для тих, хто хоче знати більше про розвиток фізичної науки й техніки в Україні та світі, знайдеться чимало цікавого й корисного в рубриках «*Навколо фізики*», «*Фізика і техніка в Україні*», «*Енциклопедична сторінка*». Найскладнішу частину тексту, яку призначено для найбільш зацікавлених фізикою читачів, подано під рубрикою «*Розберемося глибше*».

Зверніть увагу на те, що в підручнику використано позначки, які допоможуть вам орієнтуватися в навчальному матеріалі.



ВСТУП

1 Зародження й розвиток фізики як науки



Фізика вивчає загальні властивості матерії та природних явищ, виявляє загальні закони, які описують ці явища. Коло об'єктів, які розглядає ця наука, є дуже широким: від фундаментальних частинок матерії до Всесвіту в цілому. Фізику вважають фундаментальною наукою, тому що встановлені в ній закони (наприклад, закони збереження) застосовують усі інші природничі науки.

Жодна з природничих наук не пов'язана так тісно з математикою, як фізика. Фізика неможлива без досконалого математичного апарату. Проте й математика багато чим зобов'язана фізиці. Багато які з математичних теорій було створено для розв'язування задач, поставлених саме фізикою. Досить згадати, що великий фізик Ісаак Ньютон був і одним із творців диференціального та інтегрального числень.

Деякі вивчені вами закони фізики були відкриті ще давньогрецькими вченими, зокрема Архімедом. Одна з основних книжок Арістотеля називалася «Фізика» (від давньогрецького «природа»). Інший давньогрецький мислитель, Демокріт, сповідав дуже сміливу ідею, що «існують тільки атоми та порожнеча». Відкриття та здогадки стародавніх мислителів (не тільки з Греції), які інколи набагато випереджали свій час, увійшли до скарбниці фізичної науки.

Проте найбільша заслуга у створенні фізики в сучасному розумінні цього слова, як цілісної науки про природу, належить Ґ. Ґалілею та І. Ньютону. Саме Ґалілей «поставив» фізику на міцну експериментальну основу. Фізика ґрунтується на експериментальних даних, її завдання — формулювання законів, які пояснюють результати вже проведених експериментів і дозволяють передбачити результати нових, ще не здійснених.

Фізика зосереджується на вивченні найпростіших явищ і встановленні найбільш фундаментальних закономірностей: вона визначає будову матерії, рух і взаємодію частинок матерії, їх взаємні перетворення.

Від часів Ґалілея та Ньютона минуло вже близько чотирьох століть. Ці століття були для фізики не тільки часом накопичування знань. Фізика пережила кілька наукових революцій, кожна з яких серйозно змінювала погляди вчених на наш світ і закони, які ним керують. Після наукової революції XIX століття, яку пов'язують з роботами Дж. Максвелла, в науку ввійшло поняття електромагнітного поля. Приблизно в той же час було закладено основи статистичної фізики, тобто в фізиці стали широко застосовувати поняття ймовірності. Наукова революція перших десятиліть XX століття завершилася створенням квантової теорії (квантової механіки та квантової електродинаміки). Ці теорії докорінно змінили навіть наукові уявлення про причинні зв'язки між явищами.

Можна впевнено сказати, що кожна наукова революція змінювала світогляд людей (принаймні освічених).

Вивчаючи фізику в старших класах, ви дізнаєтеся про наукові революції минулого. Не виключено, що ви й самі станете учасниками наступної наукової революції (деякі авторитетні вчені вважають, що вона вже на порозі). А революція в фізиці завжди веде за собою й дуже серйозні зміни для всього людства.

У побуті та на виробництві, не кажучи вже про наукові лабораторії, нас оточують численні пристрої, створені завдяки досягненням фізики. Найпомітнішими для вас є смартфони та ноутбуки з доступом в Інтернет, калькулятори та телевізори (їх елементну базу розроблено завдяки досягненням фізики напівпровідників). Проте згадаємо й про виробництво електроенергії, про ліфти та поїзди, літаки та електромобілі, сучасну медичну апаратуру... Цей перелік можна продовжувати без кінця, і в кожному його пункті будуть «заховані» численні досягнення фізичної науки та створених на цій основі технологій.

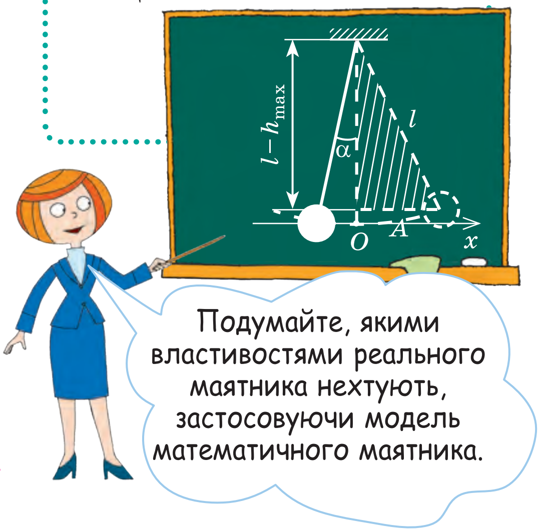
Нині добробут і безпека людства, як ніколи, залежать від розвитку науки. Перед світовою спільнотою постало багато проблем — від глобального потепління до можливого застосування найсучаснішої зброї певними державами або терористами. Можна звинувачувати науку за створення проблем, але без подальшого її розвитку позбутися цих проблем уже неможливо. Роль фізики як найфундаментальнішої природничої науки в наш час важко переоцінити.

2 Теорія та експеримент

Фізика як природнича наука базується на експериментальних даних. Узагальнення й аналіз результатів спостережень і дослідів дозволяють формулювати певні гіпотези щодо загальних рис природних явищ і зв'язків між ними. Гіпотези перевіряються за допомогою продуманих і спланованих експериментів, у яких досліджувані явища спостерігаються в «максимально чистому» вигляді. Якщо експеримент не підтверджує гіпотезу, то це є «вироком» для неї. Якщо ж підтверджує, то на основі цієї гіпотези розробляється певна фізична теорія. На цьому етапі зазвичай встановлюються математичні зв'язки між фізичними величинами.

Жодна фізична теорія не може описати *всі* властивості фізичного об'єкта та *всі* пов'язані з ним явища. Наприклад, рух випущеної з рушниці кулі супроводжується виникненням вихорів у повітрі, нагрівання кулі спричиняє її теплове випромінювання, під час її руху виникає звук тощо. Якщо нас цікавить траєкторія руху кулі, то нема потреби враховувати *всі* перелічені явища (а наведений перелік можна продовжити). Тому фізична теорія оперує **фізичними моделями** — уявними ідеалізованими об'єктами, що мають *головні* риси реальних і дозволяють спростити аналіз явищ. Несуттєвими ж рисами реальних об'єктів під час застосування фізичних моделей нехтують. Прикладами фізичних моделей є матеріальна точка (тіло, розмірами якого в даній задачі можна знехтувати), абсолютно тверде тіло, математичний маятник тощо.

Математичний маятник — це матеріальна точка, підвішена на невагомій нерозтяжній нитці.



! Фундаментальні фізичні теорії — класична механіка Ньютона, електродинаміка Максвелла, статистична фізика та термодинаміка, спеціальна теорія відносності Ейнштейна, теорія тяжіння (загальна теорія відносності), квантова механіка та квантова електродинаміка. Сучасна фізика наблизилася й до пояснення властивостей елементарних частинок. На основі небагатьох існуючих фундаментальних теорій вдалося зрозуміти причини безлічі природних явищ, створити сучасну технічну цивілізацію.

Теорія та експеримент у фізиці тісно пов'язані. Упродовж століть видатні вчені (Ґалілей і Ньютон, Гюйґенс і Ампер) поєднували теоретичні та експериментальні дослідження. Проте починаючи з XX століття таке поєднання стає великою рідкістю, переважна більшість фізиків спеціалізується або на теоретичній, або на експериментальній фізиці. Такий поділ пояснюється великою складністю як математичного апарату сучасних фізичних теорій, так і техніки сучасного експерименту.

3 Вимірювання та їх похибки (невизначеності)

Для кількісного описання фізичних явищ або об'єктів необхідно застосовувати фізичні величини (масу, об'єм, швидкість руху, температуру, енергію тощо). Тому важливою складовою фізичних експериментів є **вимірювання**.

! Виміряти фізичну величину — значить порівняти її з однорідною величиною, яку приймають за одиницю.

Під час прямих вимірювань таке порівняння відбувається безпосередньо (ми визначаємо, скільки сантиметрових поділок вміщається в ширині аркуша паперу або біля якої поділки шкали зупиняється стовпчик ртуті в термометрі). Зазвичай при цьому застосовують вимірювальні прилади. Але довжину дистанції можна виміряти й просто кроками.

Якщо ж ви маєте мірний циліндр з рідиною та важільні терези з гирями, то для визначення густини ρ металу, з якого виготовлена кулька, можна спочатку виміряти масу m та об'єм V цієї кульки, після чого застосувати формулу $\rho = \frac{m}{V}$. Це приклад непрямого вимірювання.

У різні часи та в різних країнах могли застосовувати різні одиниці для однієї і тієї самої фізичної величини. Наведемо, наприклад, різні одиниці довжини: стадії, фути, ярди, дюйми, вершки, сажні, льє, морські милі... І це ще далеко не повний перелік. А в міру розвитку науки з'являлися нові фізичні величини. Отже, потрібні були й нові одиниці. Тому виникла потреба у встановленні певного порядку в застосованих одиницях. Від окремих, часто довільних, одиниць перейшли до систем одиниць. Нині найбільш уживаною є **Міжнародна система одиниць СІ**.

Навколо фізики

Така позасистемна одиниця довжини, як фут, і досі є вживаною в багатьох країнах. Існує багато різних одиниць під такою назвою, усі вони дещо відрізняються одна від одної. Найбільш уживаним з них є міжнародний фут, що дорівнює приблизно 0,305 м. А от, наприклад, швейцарський фут дорівнює «лише» 0,3 м. Така різниця одиниць іноді не дуже заважає в побуті, але є абсолютно неприйнятною для сучасної техніки та економіки. А колись фут як одиниця довжини цілком задовольняла потреби людей. «Королівський фут» в Англії вважали рівним довжині ступні короля. Отже, ця одиниця змінювалася кожного разу зі зміною особи на престолі. Потім визначення фута удосконалили: за фут приймали середню довжину ступні 16 осіб, які виходили з храму від заутрені в неділю. Ця одиниця теж могла змінюватися щотижня та бути різною в сусідніх селищах, проте різниця вже була меншою. Таким був початок шляху до загальних одиниць для всього світу.

В основі СІ лежать незалежні одна від одної **основні одиниці**. У наш час в СІ визначено сім основних фізичних величин: довжина, маса, час, електричний струм, термодинамічна температура, кількість речовини та сила світла. Відповідними основними одиницями є метр (м), кілограм (кг), секунда (с), ампер (А), кельвін (К), моль та кандела (кд).

Інші, похідні одиниці встановлюються за допомогою рівнянь, що виражають зв'язки між фізичними величинами. Наприклад, одиниця швидкості (м/с) виражається через одиниці довжини (м) та часу (с), а одиниця енергії (Дж) — через одиниці довжини, часу та маси $(1\,\text{Дж} = 1\,\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2})$.

Визначення деяких основних одиниць пов'язує їх з певними прототипами. Існує, наприклад, прототип кілограма: 1 кг — це маса платино-іридієвого циліндра (рис. 1), що зберігається в Міжнародному бюро мір та ваг у Франції. А от метр визначається як довжина шляху, який світло проходить у вакуумі за $\frac{1}{299\,792\,458}$ секунди. Відповідно до цього визначення швидкість c світла у вакуумі тепер відома точно: $c = 299\,792\,458$ м/с.

Рис. 1. Прототип кілограма

Для скорочення запису великих і малих значень фізичних величин застосовують кратні та частинні одиниці, а для їх запису — відповідні префікси. Деякі з них наведено в табл. 1.

Таблиця 1

Префікси кратних і частинних одиниць

Кратність	Префікс	Позначення	Кратність	Префікс	Позначення
10^3	кіло	к	10^{-2}	санти	с
10^6	мега	М	10^{-3}	мілі	м
10^9	гіга	Г	10^{-6}	мікро	мк
10^{12}	тера	Т	10^{-9}	нано	н
10^{15}	пета	П	10^{-12}	піко	п

Реальні вимірювання не бувають абсолютно точними. Різницю між виміряним і дійсним значенням фізичної величини традиційно називають **похибкою вимірювання** (нині все частіше застосовують термін «**невизначеність**»). Усі невизначеності вимірювань поділяють на **випадкові** та **систематичні**. Невизначеності можна тільки приблизно оцінити.

Щоб оцінити випадкові невизначеності, треба провести серію вимірювань за одних і тих самих умов. Отримані значення фізичної величини можуть не збігатися, що свідчитиме про наявність випадкових невизначеностей. Їх причиною може бути, наприклад, «людський фактор»: під час вимірювання тривалості процесу часу за допомогою секундоміра експериментатор може трохи забаритися або поспішити натиснути на кнопку.

Теорія ймовірностей допомагає значно підвищити точність вимірювань за наявності випадкових невизначеностей, якщо є можливість провести досить велику кількість N вимірювань однієї і тієї самої величини A. Якщо отримано значення A_1, A_2, ..., A_N (серед них можуть бути й однакові), то за приблизне значення вимірюваної величини приймають середнє арифметичне

$$A_{\text{сер}} = \frac{A_1 + A_2 + \ldots + A_N}{N}.$$

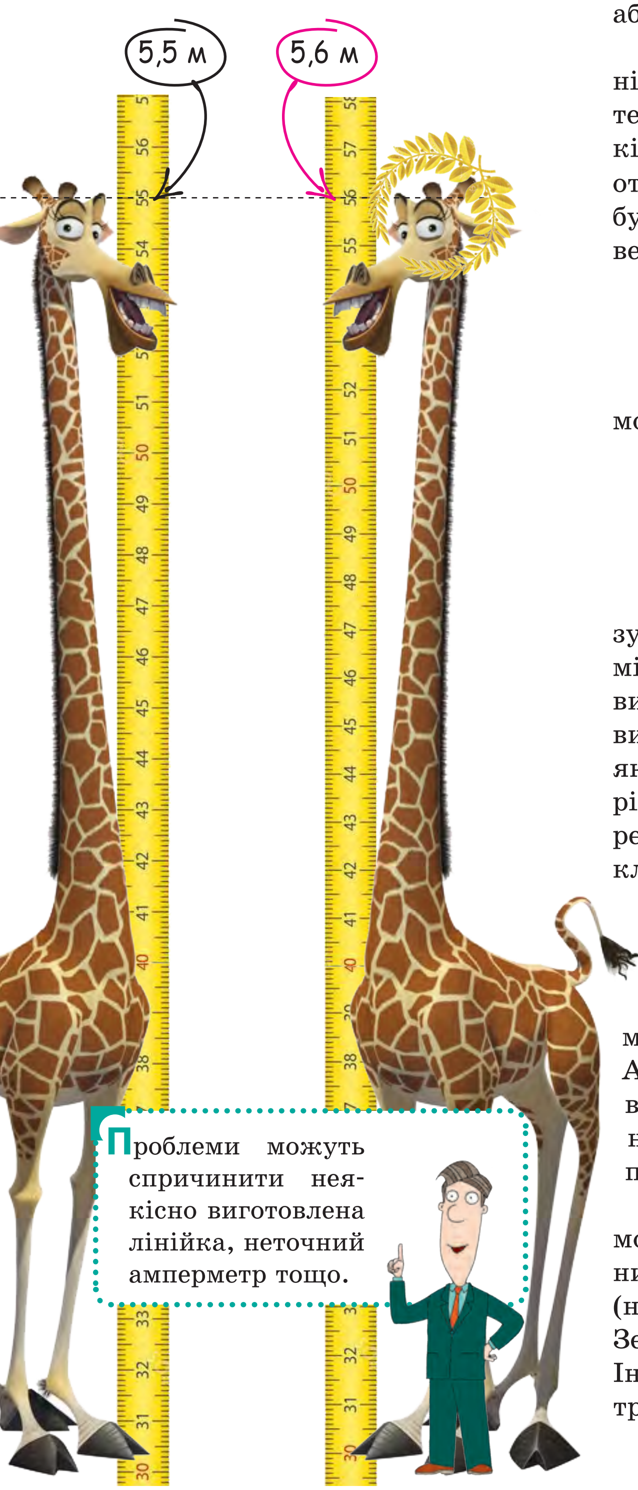
Середню невизначеність серії вимірювань $(N \gg 1)$ можна обчислити за формулою

$$\Delta A_{\text{вип}} = \frac{\sqrt{\left(A_1 - A_{\text{сер}}\right)^2 + \left(A_2 - A_{\text{сер}}\right)^2 + \ldots + \left(A_N - A_{\text{сер}}\right)^2}}{N}.$$

Навіть якщо всі вимірювання дають однакові результати, це ще не гарантує «абсолютної» точності вимірювань — адже обов'язково існують систематичні невизначеності, які можуть просто повторюватися в усіх вимірюваннях. Наприклад, якщо ви застосовуєте неякісну гирю з написом «100 г», справжня маса якої дорівнює 99 г, то тільки «завдяки» їй ви отримуватимете результати зважувань, завищені на 1 г. Цей та інші приклади ілюструють невизначеності приладів. Невизначеність за будь-яких умов не може бути меншою від половини ціни поділки відповідного приладу (наприклад, для учнівської лінійки — не менше ніж 0,5 мм).

Існують також невизначеності, зумовлені вибраним методом вимірювань: наприклад, неврахування сили Архімеда під час зважування тіла в повітрі або неврахування магнітного поля Землі під час вимірювання магнітного поля слабкого струму. Можна навести й інші причини систематичних невизначеностей.

Зрозуміло, що систематичних невизначеностей не можна позбутися повторними вимірюваннями. Загальних рецептів тут взагалі не існує. Треба вносити поправки (наприклад, урахувати силу Архімеда або магнітне поле Землі) або винайти більш досконалий метод вимірювань. Іноді це потребує великого таланту експериментатора та тривалої копіткої роботи.



Проблеми можуть спричинити неякісно виготовлена лінійка, неточний амперметр тощо.

Якщо вже випадкову $(\Delta A_{\text{вип}})$ та систематичну $(\Delta A_{\text{сист}})$ невизначеності вимірювань знайдено, то загальна невизначеність (похибка) вимірювань $\Delta A = \sqrt{\Delta A_{\text{вип}}^2 + \Delta A_{\text{сист}}^2}$.

Це означає, що істинне значення величини A з великою ймовірністю належить інтервалу (рис. 2) від $A_{\min} = A_{\text{сер}} - \Delta A$ до $A_{\max} = A_{\text{сер}} + \Delta A$. Результат вимірювань можна записати у вигляді $A = A_{\text{сер}} \pm \Delta A$.

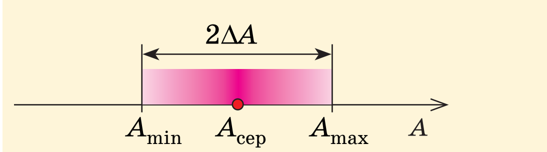


Рис. 2. Інтервал імовірних значень вимірюваної величини

Отримане значення ΔA ще не повністю характеризує точність вимірювання. Очевидно, що виміряти висоту будівлі з точністю до 1 см набагато складніше, ніж виміряти ширину аркуша паперу з точністю до 0,5 см. Перше вимірювання слід уважати набагато точнішим. Важливою характеристикою якості вимірювань є відносна похибка (невизначеність)

$$\varepsilon_A = \frac{\Delta A}{A_{\text{сер}}}.$$

Цю величину часто наводять у відсотках:

$$\varepsilon_A = \frac{\Delta A}{A_{\text{сер}}} \cdot 100\,\%.$$

Якщо для непрямого вимірювання величини z спочатку вимірюють величини x, y, а потім виражають z через x, y, то й невизначеності Δz, ε_z можна виразити через невизначеності величин x, y. Для невеликих невизначеностей можна довести співвідношення

$$\Delta(x \pm y) = \Delta x + \Delta y, \quad \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{\frac{x}{y}} = \varepsilon_x + \varepsilon_y.$$

Приклад

Якщо масу тіла визначили з точністю $\varepsilon_m = 1\,\%$, а об'єм — з точністю $\varepsilon_V = 4\,\%$, то густину речовини цього тіла можна знайти з точністю $\varepsilon_\rho = \varepsilon_{\frac{m}{V}} = \varepsilon_m + \varepsilon_V = 5\,\%$.

Через невизначеності вимірювань значення фізичних величин зазвичай відомі лише наближено. Тому під час розрахунків слід дотримуватися правил наближених обчислень. З цих правил випливає, що не треба записувати значення величин з точністю, яка не відповідає невизначеності вимірювань.

Припустимо, під час вимірювання густини підрахунки дали такі значення: $\rho_{\text{сер}} = 2840$ кг/м^3 і $\Delta\rho = 335$ кг/м^3. Тоді перш за все треба округлити отримане значення $\Delta\rho$ *до однієї значущої цифри в бік збільшення*, тобто записати $\Delta\rho \approx 400$ кг/м^3. Далі треба округлити числове значення $\rho_{\text{сер}}$ до сотень. Отримаємо $\rho_{\text{сер}} \approx 2800$ кг/м^3, тобто $\rho = 2800 \pm 400$ (кг/м^3).

4 Деякі елементи математичного апарату курсу фізики

У сучасній фізиці застосовують математичні величини різних типів, зокрема скалярні та векторні.

Значення скалярних величин у певних одиницях задаються числами: наприклад, густина води дорівнює 1000 кг/м^3, а тривалість земної доби — 24 год.

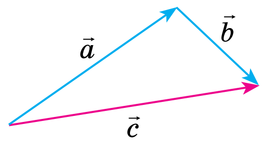
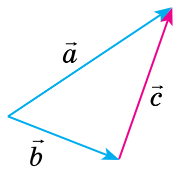
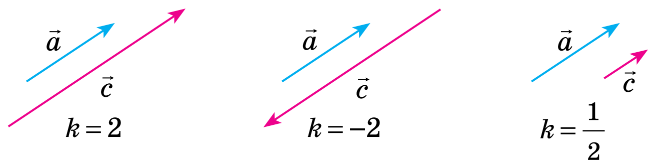
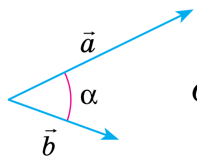
Векторні ж величини характеризуються не тільки числовим значенням, а й напрямом. **Вектор** — *це напрямлений відрізок*. Довжину такого відрізка називають модулем вектора. Щоб відрізняти в записі векторні та скалярні величини, над позначенням векторної величини ставлять стрілку (наприклад, $\vec{v}$ позначає вектор швидкості, а v — модуль швидкості). Існують також інші позначення векторних величин, але в цьому підручнику ми їх не застосовуватимемо.

Одним із прикладів векторних величин є сила $\vec{F}$. Ви вже знаєте з курсу фізики, що дія сили на тіло залежить не тільки від модуля цієї сили, а й від її напряму.

Застосування векторних величин передбачає виконання над ними певних операцій. Нагадаємо про ці операції (табл. 2): додавання та віднімання, множення (ділення) на скалярну величину, визначення скалярного добутку двох векторів (існує й векторний добуток, але його зазвичай не використовують у шкільному курсі фізики).

Таблиця 2

Дії над векторами та їх проекціями

Дія	Рисунок	Дія над проекціями
Додавання: $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$		$c_x=a_x+b_x$, $c_y=a_y+b_y$, $c_z=a_z+b_z$
Віднімання: $\vec{c}=\vec{a}-\vec{b}$		$c_x=a_x-b_x$, $c_y=a_y-b_y$, $c_z=a_z-b_z$
Множення на скаляр: $\vec{c}=k\cdot\vec{a}$		$c_x=ka_x$, $c_y=ka_y$, $c_z=ka_z$
Отримання скалярного добутку: $C=\vec{a}\cdot\vec{b}$	 $C=ab\cos\alpha$	$C=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z$

Під час обчислень, пов'язаних з векторними величинами, буває зручно застосовувати **проекції векторів**. Наочний зміст проекцій зручно показати на прикладі векторів у площині xOy: якщо уявити, що ми «освітлюємо» вектор $\vec{a}$ променями, перпендикулярними до осі координат, то проекція (a_x або a_y) — просто довжина «тіні», яку відкидає вектор на відповідну вісь (рис. 3). Цю величину вважають додатною, якщо вектор утворює гострий кут із віссю, і від'ємною — якщо кут між вектором і віссю тупий.

Можна дати й більш строге та точне визначення проекцій. Розгляньмо одиничні вектори $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$, $\vec{e}_3$, напрямлені відповідно вздовж координатних осей x, y, z. Будь-який вектор, паралельний осі Ox, можна записати як добуток $\vec{e}_1$ на певне число. Вектори ж, паралельні осям Oy і Oz, так само можна виразити через одиничні вектори $\vec{e}_2$, $\vec{e}_3$. Оскільки ж довільний вектор у просторі можна записати як суму трьох векторів, паралельних координатним осям, отримуємо $\vec{a} = a_x \vec{e}_1 + a_y \vec{e}_2 + a_z \vec{e}_3$. Числові коефіцієнти перед одиничними векторами — це проекції вектора $\vec{a}$ на відповідні осі.

Ми вже згадували про створення диференціального та інтегрального числень. Центральними поняттями в цих розділах математики є **похідна** та **інтеграл**.

Похідна функції $y(x)$ характеризує швидкість зміни цієї функції. Якщо не вдаватися до суто математичних тонкощів, то це відношення прирощення функції Δy до прирощення аргументу Δx, коли значення Δx є достатньо малим (строго кажучи, воно має прямувати до нуля). Похідну позначають як $y'(x)$ або $\frac{dy}{dx}$. Визначення похідної функції називають диференціюванням, а зворотну операцію (визначення функції за її похідної) — інтегруванням.

Похідна має простий геометричний зміст: це кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції в певній точці (рис. 4). Очевидно, що мала ділянка графіка функції поблизу точки M майже збігається з малою ділянкою дотичної, проведеної в точці M. Тому $\Delta y = \Delta x \cdot \operatorname{tg} \alpha$. Отже, у точці M похідна функції $y'(x) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha$.

Якщо похідна функції на певному інтервалі є позитивною, то функція на цьому інтервалі зростає, якщо негативною — функція убуває (рис. 5). Якщо нас цікавить положення екстремумів функції (максимумів або мінімумів) усередині певного інтервалу, то необхідною умовою екстремуму є виконання співвідношення $y'(x) = 0$.

У шкільному курсі математики вивчаються правила диференціювання. Нагадаємо лише кілька часто вживаних похідних: $(x^n)' = nx^{n-1}$ (тут n може бути й нецілим, і від'ємним), $(\sin x)' = \cos x$, $(\cos x)' = -\sin x$, $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $(\ln x)' = \frac{1}{x}$.

Не менш важливим для фізики є застосування інтегралів (зокрема визначеного інтегралу). Потреба в інтегруванні виникає, коли визначають об'єм тіла або площу його поверхні; шлях, пройдений тілом під час нерівномірного руху, тощо. У всіх цих випадках необхідно знайти суму дуже великої кількості дуже малих доданків (у граничному випадку — безкінечної кількості нескінченно малих доданків).

Можна довести, що внаслідок зменшення ширини окремих смужок загальна похибка визначення площі прямує до нуля.

У шкільному курсі математики вивчаються правила інтегрування.

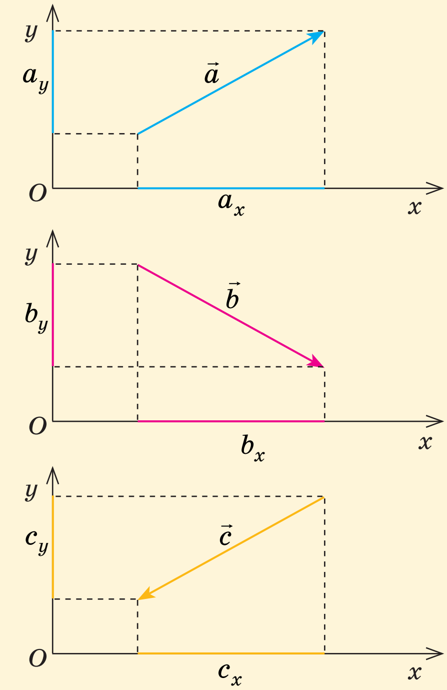


Рис. 3. Проекції векторів на осі координат: $a_x > 0$, $a_y > 0$, $b_x > 0$, $b_y < 0$, $c_x < 0$, $c_y < 0$

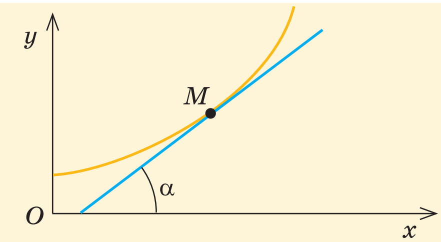


Рис. 4. Геометричний зміст похідної функції

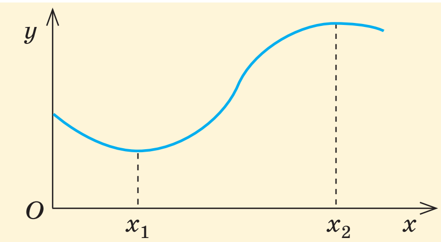
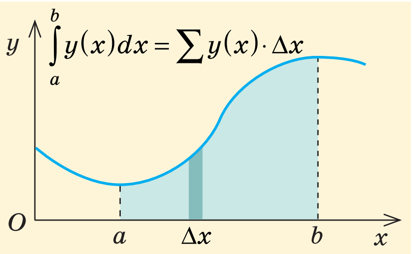


Рис. 5. Зв'язок похідної функції зі зростанням і убуванням цієї функції: $y'(x) < 0$ на інтервалі $0 < x < x_1$; $y'(x) > 0$ на інтервалі $x_1 < x < x_2$. У точках мінімуму x_1 та максимуму x_2 похідна функції дорівнює нулю

Приклад

Якщо потрібно знайти площу під графіком функції $y(x)$, то ми подумки розбиваємо цю площу на вузькі вертикальні смужки. Площу кожної смужки можна приблизно обчислити як добуток її ширини Δx на висоту в якійсь із точок, тобто на значення функції в цій точці: $\Delta S = \Delta x \cdot y(x)$. Після цього залишається тільки знайти суму площ усіх смужок. Це й буде інтеграл від функції $y(x)$ у межах від a до b.



5 Числові методи. Фізика та сучасні цифрові технології

Навіть спрощені моделі, які розглядають у сучасній фізиці, часто приводять до складних рівнянь, які не вдається розв'язати аналітично (тобто отримати розв'язання у вигляді формули). Тому фізики широко застосовують числові методи. Зазвичай вони потребують проведення розрахунків за допомогою комп'ютерів, але класичним є приклад відкриття Нептуна завдяки аналізу аномалій руху Урана, а цей аналіз було здійснено за ціле століття до появи ЕОМ.

Правильну відповідь щодо корекції руху ракети або режиму роботи прокатного стану треба отримувати не після місяців обчислень, а протягом кількох хвилин або навіть секунд. Сучасні числові методи та потужні ЕОМ дають можливість розв'язувати такі задачі, про які ще кілька десятиліть тому годі було й мріяти. Проте створення математичних моделей таких задач і відповідних алгоритмів залишається непростою справою.

Комп'ютерні моделі, що базуються на математичних моделях реальних явищ, застосовують для приблизної оцінки поведінки систем, які є занадто складними для аналітичного дослідження. Такі моделі дозволяють здійснювати «обчислювальні експерименти» в тих випадках, коли реальні експерименти провести неможливо.

Саме проведення обчислювального експерименту дозволило зробити висновок про неминучу «ядерну зиму», що очікує на Землю внаслідок повномасштабного застосування наявної ядерної зброї. Жахливо навіть уявити, до чого призвів би реальний «експеримент» такого роду.

Розвиток систем обробки інформації зробив можливими численні **цифрові технології**. Ви напевно чули про цифровий звук, цифрове телебачення тощо. Усі ці технології ґрунтуються на цифровому форматі інформації, тобто роботі з сигналами, що являють собою послідовності «нулів» і «одиниць».

Цифрові технології значно розширили можливості фізичних вимірювань. Проте самі ці технології були б неможливими без напівпровідникової елементної бази сучасної електроніки, створеної завдяки досягненням сучасної фізики.

Контрольні запитання

1. Наведіть приклади застосування фізичних моделей. 2. Що значить виміряти фізичну величину? 3. Наведіть приклади прямих і непрямих вимірювань. 4. Як побудовано Міжнародну систему одиниць (СІ)? 5. Як можна зменшити випадкові невизначеності вимірювань? 6. Які з відомих вам фізичних величин є похідними від інших фізичних величин?

Розділ 1
МЕХАНІКА

§ 1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ КІНЕМАТИКИ. ОСНОВНА ЗАДАЧА МЕХАНІКИ

1 Простір і час

Є поняття, які більшість людей уважає очевидними та такими, що не потребують пояснень і обговорення. Саме до цих понять можна віднести простір і час. Кожна подія, кожне явище відбуваються «десь» і «колись», тобто мають певні координати в просторі та часі. Упродовж тисячоліть простір і час нібито відігравали роль «сцени», на якій розігруються всі події нашого світу. Саму «сцену» вважали незмінною та такою, що не залежить від будь-яких подій.

Стародавні мислителі розрізняли «земні» та «небесні» явища, для яких нібито існували зовсім різні закони. Але згодом стало зрозумілим, що всюди в нашому Всесвіті діють одні й ті самі загальні закони. Політ комахи та рух зір і планет однаково підкоряються цим законам. Отже, існує «неподільний» світовий простір.

А вже на початку XX століття створена Ейнштейном спеціальна теорія відносності показала, що не існує «окремих» простору та часу, вони тісно поєднані між собою та утворюють «цільний» простір-час. У наступному розділі підручника ви дізнаєтеся про це докладніше.

Зі створеної ж Ейнштейном дещо пізніше теорії (загальної теорії відносності, або теорії тяжіння) випливає, що простір-час не є чимось незмінним і незалежним від матерії. Виявляється, що тяжіння є проявом викривлення простору-часу під дією матеріальних об'єктів.

Про все це ви згодом можете дізнатися, вивчаючи фізику. А поки простір і час будуть для нас, як і для вчених XVII–XIX століть, тільки згаданою вище «сценою», на якій відбуватимуться механічні явища — у першу чергу механічний рух.

Рис. 1.1. Зручний вибір тіла відліку (ТВ) для розгляду механічного руху

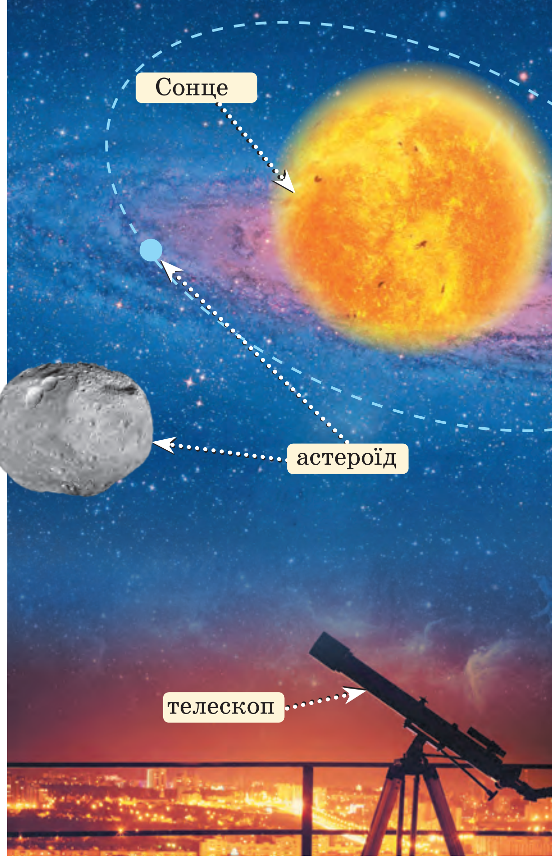
2 Механічний рух і системи відліку

З курсу фізики 7 і 9 класів ви вже знаєте:

! **механічний рух** — це зміна з часом положення тіла (або частини тіла) у просторі відносно інших тіл.

Тіло, відносно якого розглядається рух, називають **тілом відліку**. Зазвичай ми підсвідомо вибираємо найзручніше тіло відліку: для руху бігуна це Земля, а для пасажирів, що проходять салоном авіалайнера, — корпус цього авіалайнера (рис. 1.1, *а*, *б*).

Для кількісного опису руху тіла треба задавати положення цього тіла відносно тіла відліку в різні моменти часу. Отже, треба вимірювати час і характеризувати положення тіла. Для вимірювання часу потрібен відповідний прилад (механічний або електронний секундомір, годинник тощо). А щоб задавати числові характеристики положення тіла, необхідно вибрати певну систему координат. Ця система координат має бути пов'язана з тілом відліку.



! Тіло відліку, пов'язана з ним система координат і годинник (пристрій для відліку часу) утворюють **систему відліку**.

Доки не вибрано систему відліку, ми не можемо навіть стверджувати, що тіло рухається або перебуває у спокої (коли кожен із вас спокійно спить у своєму ліжку, ви рухаєтеся навколо Сонця з шаленою швидкістю). Отже, рух тіл завжди є відносним. Пасажир, що дивиться з вікна вагона на поїзд біля сусіднього перону, не завжди може визначити, який саме з поїздів рушає з місця (тобто починає рухатися відносно Землі): він тільки бачить, що поїзди почали рухатися *один відносно одного*.

Найпростіше розглядати механічний **рух матеріальної точки** — *тіла, розмірами якого в умовах даної задачі можна знехтувати*. Це фізична модель реального тіла в умовах певної задачі. Наприклад, якщо нас цікавить період обертання астероїда навколо Сонця, то розмір астероїда є несуттєвим, його можна розглядати як матеріальну точку. Якщо ж астроном підраховує, з якої відстані можна спостерігати цей астероїд за допомогою телескопа, то в підрахунках необхідно зважити на розмір астероїда. Розглядати його як матеріальну точку вже не можна.

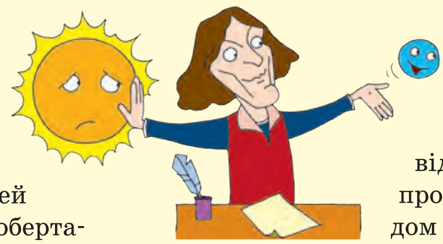
Траєкторія руху, шлях і переміщення залежать від вибору системи відліку. Покажемо це на прикладі руху точки обода колеса автомобіля протягом одного оберту

! **Траєкторія** руху матеріальної точки — це лінія, яку описує в просторі ця точка.

Шлях (l) дорівнює довжині траєкторії.

Переміщенням ($\vec{s}$) матеріальної точки називають вектор, що з'єднує початкове та кінцеве положення цієї точки.

Навколо фізики



Цікаво оцінити з позицій сучасної науки «суперечку» між Птолемеєм і Коперником, що пролягла крізь століття та тисячоліття. Птолемей уважав, що «небесна сфера» обертається навколо нерухомої Землі (це так звана геоцентрична система світу), а Коперник доводив, що Земля обертається навколо Сонця (геліоцентрична система). Інакше кажучи, Птолемей вибирав за тіло відліку Землю, а Коперник — Сонце. Будь-який вибір тіла відліку є «законним». Проте вибір Коперника виявився набагато зручнішим, рух планет відносно Сонця виглядав набагато простішим. Саме це й дозволило згодом встановити закони руху планет і закон всесвітнього тяжіння. Отже, головний внесок Коперника у світову науку — це «лише» вдалий вибір системи відліку. Цей внесок важко переоцінити. На надмогильному пам'ятнику Коперника — коротка епітафія: «Зупинив сонце — зрушив землю».

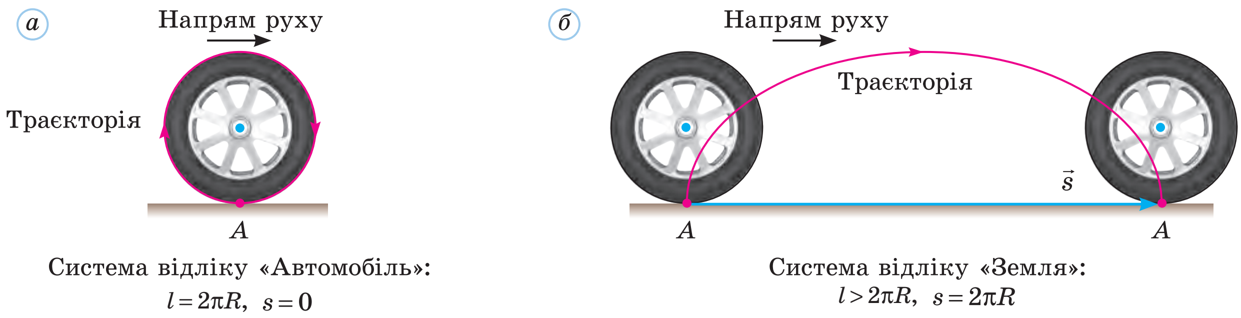
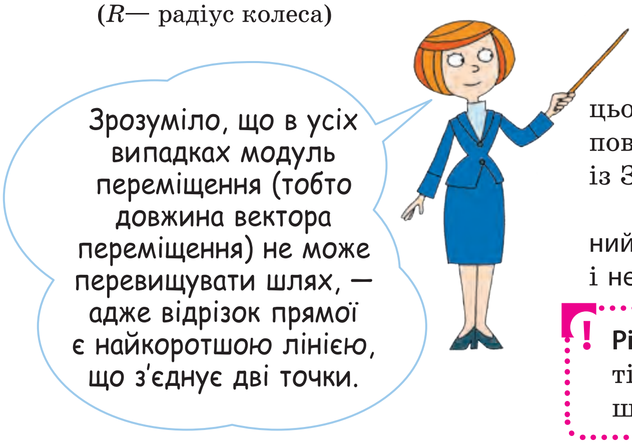


Рис. 1.2. Траєкторія, шлях і переміщення точки обода колеса є різними у двох різних системах відліку (R— радіус колеса)



цього колеса. Розгляньмо цей рух у двох системах відліку: пов'язаній з корпусом автомобіля (рис. 1.2, *а*) та пов'язаній із Землею (рис. 1.2, *б*).

Залежно від форми траєкторії розрізняють прямолінійний і криволінійний рухи. Розрізняють також рівномірний і нерівномірний рухи.

! **Рівномірним** називають механічний рух, під час якого тіло за будь-які рівні проміжки часу долає однаковий шлях.

Найпростішим видом руху є **прямолінійний рівномірний рух**. Під час такого руху *тіло за будь-які рівні проміжки часу здійснює однакові переміщення* (оскільки долає однаковий шлях в одному напрямі). Для прямолінійного рівномірного руху $l = s$ (шлях дорівнює модулю переміщення). Різні види руху ілюструє рис. 1.3.

3 Основна задача механіки. Способи опису руху

! Основна задача механіки полягає в тому, щоб знайти положення рухомого тіла в будь-який момент часу.

Це так звана *пряма* задача механіки. Щоб її розв'язати, треба знати початкове положення тіла та початкову швидкість його руху. Треба також знати закони руху та сили, під дією яких відбувається цей рух. У багатьох випадках ці сили весь час змінюються, тоді треба знати їх залежність від часу.

Коли йдеться про «будь-який момент часу», то це не обов'язково майбутні моменти. Закони механіки дозволяють прослідкувати за рухом тіла або системи тіл у минулому, іноді в дуже далекому минулому. Застосовуючи закони механіки, вчені дуже точно розрахували моменти не тільки майбутніх, а й колишніх затемнень Сонця. Це

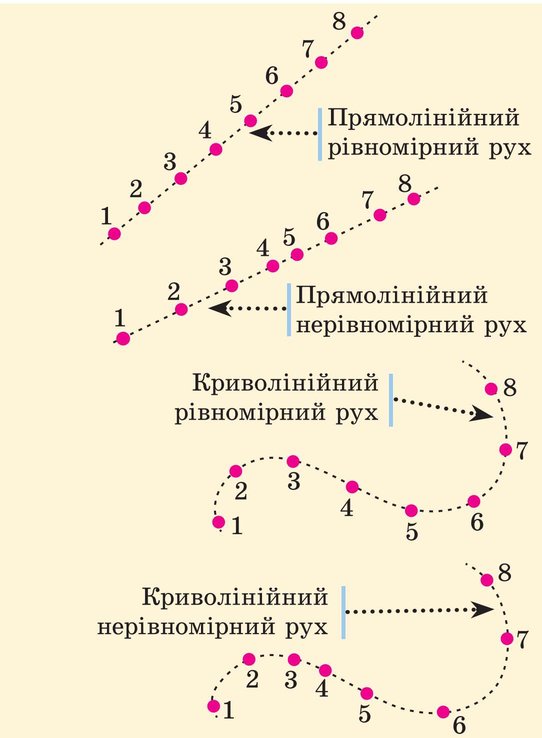
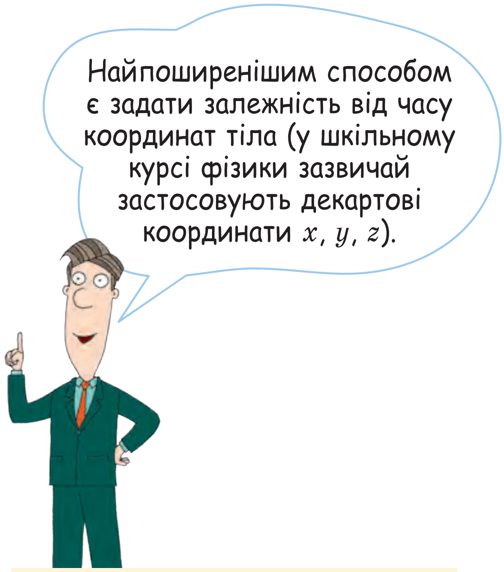


Рис. 1.3. Послідовні положення тіл, що здійснюють різні види руху, через однакові інтервали часу

дозволило точно датувати деякі історичні події, які в літописах пов'язували із затемненнями Сонця.

Важливою є й *обернена* задача механіки — знайти сили, що діють на тіло в кожний момент часу, застосовуючи відому залежність положення та швидкості руху тіла від часу. Саме таким чином І. Ньютон довів закон всесвітнього тяжіння, виходячи з відомого характеру руху планет по еліптичних траєкторіях навколо Сонця.



Якщо отримано залежності $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$, то основна задача механіки тим самим розв'язана. За цими залежностями можна визначити й проекції швидкості руху тіла на осі координат:

$$\boxed{v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}.}$$

Положення матеріальної точки M у просторі можна також задати за допомогою радіус-вектора $\vec{r}$, проведеного з початку координат O до цієї точки: $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$. Проекції цього вектора на осі координат дорівнюють координатам точки M, тобто $r_x = x$, $r_y = y$, $r_z = z$ (рис. 1.4).

Можливі й інші способи опису руху. Наприклад, якщо відомі початкове положення точки, траєкторія та напрям її руху, то значення пройденого шляху повністю визначає положення цієї точки.

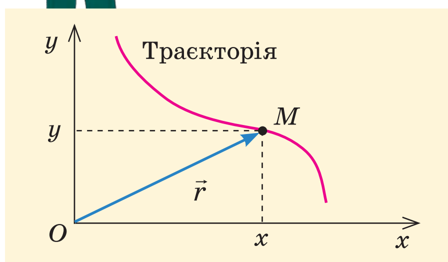


Рис. 1.4. Радіус-вектор і координати матеріальної точки (для простоти показано матеріальну точку, що рухається в площині xOy)

Підбиваємо підсумки

Механічний рух — це зміна з часом положення тіла (або частини тіла) у просторі відносно інших тіл.

Для опису руху тіла необхідно вибрати систему відліку, що складається з тіла відліку, пов'язаної з ним системи координат і засобу відліку часу.

Найпростіше розглядати механічний рух матеріальної точки — тіла, розмірами якого в умовах даної задачі можна знехтувати.

Траєкторія руху матеріальної точки — це лінія, яку описує в просторі ця точка.

Шлях дорівнює довжині траєкторії.

Переміщенням матеріальної точки називають вектор, що з'єднує початкове та кінцеве положення цієї точки.

Рух тіла є відносним: його характеристики є різними в різних системах відліку. Розрізняють прямолінійний і криволінійний, рівномірний і нерівномірний рухи.

Основна задача механіки полягає в тому, щоб знайти положення рухомого тіла в будь-який момент часу.

Контрольні запитання

1. Що таке механічний рух? 2. З чого складається система відліку? 3. Який рух називають рівномірним? 4. Який рух називають прямолінійним рівномірним? 5. У чому полягає основна задача механіки?

Вправа № 1

1. Наведіть приклад руху, траєкторія якого в одній системі відліку є відрізком прямої, а в іншій — ламаною лінією.
2. Наведіть приклади рухів, для яких шлях у п'ять разів більший за модуль переміщення.
3. Чи може вважати скульптуру за матеріальну точку: а) скульптор, який доопрацьовує останні її частини; б) кранівник, який має завантажити її на залізничну платформу; в) диспетчер, який відстежує графік транспортування скульптури залізницею; г) будівник, що готує постамент для скульптури?
4. Відстань від осі обертання до кінця *A* хвилинної стрілки годинника дорівнює 10 см. Визначте шлях і модуль переміщення точки *A*: а) за 30 хв; б) за 2 год.
5. Тіло кожної секунди проходить шлях 2 м. Чи можна стверджувати, що рух тіла обов'язково є рівномірним?
6. Матеріальна точка рівномірно рухається коловою траєкторією (КТ) радіусом 1 м. У яких межах змінюється радіус-вектор цієї точки за модулем і напрямом, якщо початок координат розташований: а) у центрі КТ; б) в одній із точок КТ?

Експериментальне завдання

Установіть штатив на візку, підвісьте на перекладині штатива кульку на нитці. Відведіть кульку від положення рівноваги та відпустіть. Дослідіть траєкторію руху кульки відносно візка та відносно Землі під час руху візка.

Фізика і техніка в Україні

НДІ астрономії Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна

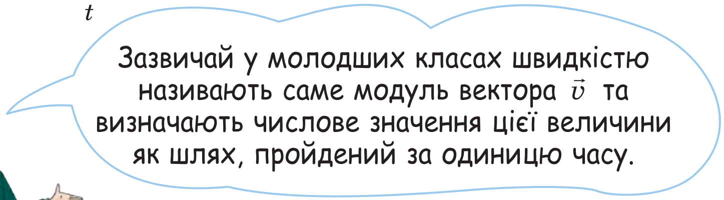
Астрономічний кабінет у Харківському університеті засновано 1808 року, а згодом створено й кафедру астрономії. У 1883 році відкрито астрономічну обсерваторію. Наукові дослідження на її базі не припинялися навіть у найтяжчі часи (лише в роки фашистської окупації Харкова співробітників обсерваторії евакуювали, а головні прилади заховали).

У XX столітті пріоритетним напрямом досліджень була планетологія. М. П. Барабашов вивів харківську школу планетології на міжнародний рівень. Проводилися дослідження поверхні Місяця, марсіанської атмосфери, фотометричних властивостей Венери, Юпітера та Сатурна. Харківські астрономи брали участь у підготовці планетних місій автоматичних міжпланетних станцій, розробляли методику обробки отриманих зображень. На честь харківських астрономів названо 23 об'єкти в Сонячній системі (це астероїди і кратери на Місяці, Марсі та Венері).

§ 2. СЕРЕДНЯ ТА МИТТЄВА ШВИДКОСТІ. ЗАКОН ДОДАВАННЯ ШВИДКОСТЕЙ

1 Швидкість прямолінійного рівномірного руху

З курсу фізики 7 класу ви вже знайомі з такою фізичною величиною, як **швидкість** прямолінійного рівномірного руху. Ця величина є векторною: $\vec{v}=\dfrac{\vec{s}}{t}$, де t — час руху, а $\vec{s}$ — переміщення тіла протягом цього часу. Напрям швидкості збігається з напрямом переміщення, а її модуль $v=\dfrac{s}{t}$. Оскільки для прямолінійного рівномірного руху модуль переміщення s збігається зі шляхом l, отримуємо $v=\dfrac{l}{t}$.



Швидкість не залежить від того проміжку часу руху, який ми розглядаємо: адже якщо збільшити t, то в таку саму кількість разів збільшаться і s, і l.

Одиниця швидкості в СІ — метр за секунду (м/с), проте в різних галузях застосовують і км/год, і км/с, і см/рік тощо. Ви маєте в разі потреби переводити значення швидкості з одних одиниць в інші.

Для прямолінійного рівномірного руху $s=l=vt$. Отже, залежність шляху або модуля переміщення від часу є прямо пропорційною. Її графік — пряма, що проходить через початок координат (рис. 2.1, *а*). Чим більша швидкість руху, тим більший кут нахилу графіка до осі абсцис (осі t). Можна також побудувати графік залежності $v(t)$, проте це буде просто горизонтальна пряма (рис. 2.1, *б*).

Нагадаємо, що шлях чисельно дорівнює площі прямокутника під графіком $v(t)$ (рис. 2.2).

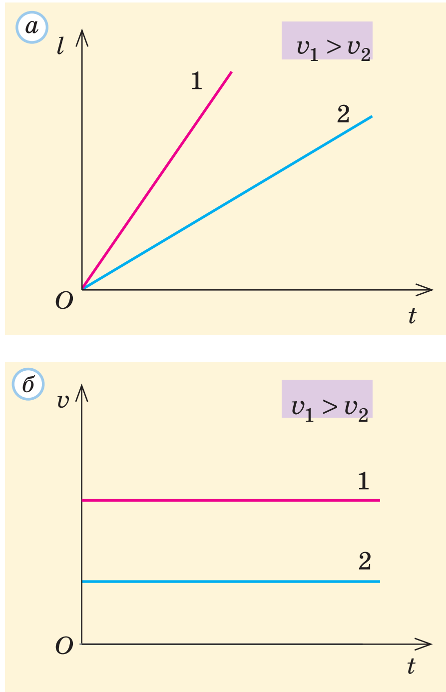


Рис. 2.1. Графіки залежності шляху (*а*) та швидкості (*б*) від часу для прямолінійного рівномірного руху

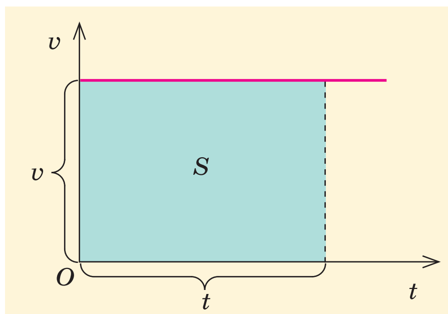


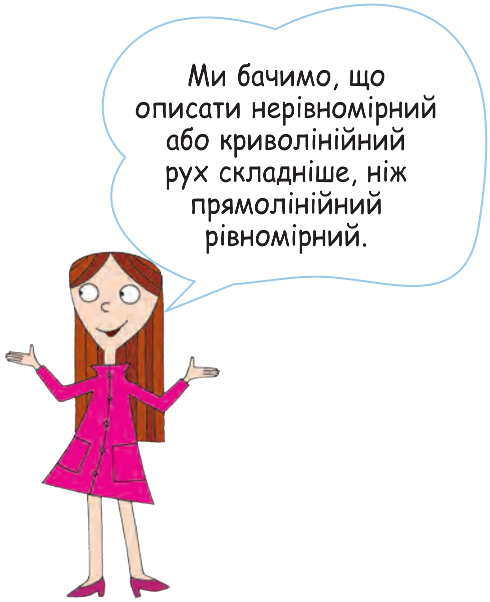
Рис. 2.2. Шлях чисельно дорівнює площі зафарбованого прямокутника під графіком $v(t)$

2 Середня та миттєва швидкості

Якщо рух не є прямолінійним рівномірним, його вже не можна характеризувати якоюсь *постійною* швидкістю — адже відношення $\dfrac{\vec{s}}{t}$ тепер залежить від часу. Для прямолінійного нерівномірного руху ця величина змінюватиметься за модулем, для рівномірного криволінійного — за напрямом, а в загальному випадку змінними будуть і модуль, і напрям цього відношення. Проте воно теж певною мірою характеризує рух. Це є **середня швидкість** руху протягом певного часу: $\vec{v}_{\text{сер}} = \frac{\vec{s}}{t}$. Застосовують також іншу величину — середню шляхову швидкість $v_{\text{сер. ш}} = \frac{l}{t}$. У наведених формулах $\vec{s}$ і l — відповідно переміщення і шлях за *весь* час t.

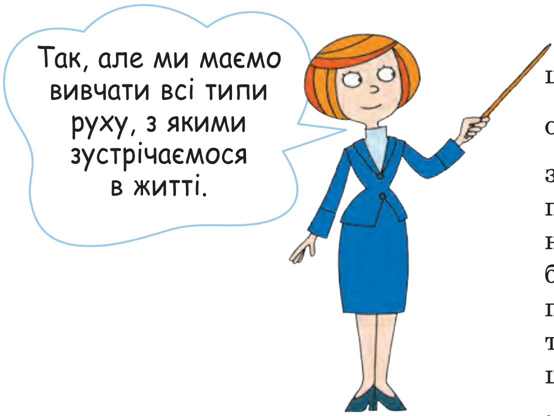
Знання будь-якої з цих середніх швидкостей не дозволяє описати *весь* рух. Якщо ми знаємо середню швидкість за 1 год руху, ми не можемо визначити шлях або переміщення тіла через 20, 30 або 40 хв після початку руху.

Нагадаємо, що $\vec{v}_{\text{сер}}$ (або модуль $v_{\text{сер}}$ цієї величини) у загальному випадку ніяк не пов'язана із середньою шляховою швидкістю.



Приклад

Якщо ви пройшли 15 м коридором, а потім повернули назад і пройшли ще 10 м, витративши на весь рух 10 с, то $v_{\text{сер}} = \frac{15\text{ м} - 10\text{ м}}{10\text{ с}} = 0{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, а $v_{\text{сер. ш}} = \frac{15\text{ м} + 10\text{ м}}{10\text{ с}} = 2{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$.



Отже, потрібно узагальнити поняття швидкості руху, щоб можна було застосувати цю фізичну величину для опису довільного руху. Середня швидкість $\vec{v}_{\text{сер}} = \frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t}$ руху за певний проміжок часу Δt не дає уявлення про рух тіла протягом цього проміжку часу: адже рух міг змінювати напрям, ставати швидшим або повільнішим. Але якщо брати Δt все меншим і меншим, то *протягом* короткого проміжку часу рух просто «не встигатиме» пришвидшитися, сповільнитися або змінити напрям. Тому середня швидкість за інтервал часу Δt та за якусь частину цього інтервалу (наприклад, за $\frac{\Delta t}{10}$) практично однакова. Різниця буде тим меншою, чим менше Δt. Отже, середня швидкість руху за *дуже малий* проміжок часу характеризує й швидкість руху в будь-який момент цього проміжку часу.

! Середню швидкість руху за дуже малий проміжок часу називають **миттєвою швидкістю**.

Кожному моменту часу, кожній точці траєкторії відповідає певна миттєва швидкість. Для прямолінійного рівномірного руху вона збігається з відомою вам швидкістю та є незмінною.

В усіх інших випадках миттєва швидкість змінюється:

- під час криволінійного рівномірного руху — за напрямом;
- під час прямолінійного нерівномірного руху — за модулем*;
- під час криволінійного нерівномірного руху — і за напрямом, і за модулем.

Далі, коли йдеться про швидкість, ми маємо на увазі саме миттєву швидкість $\vec{v}$.

Обмежимося поки що випадком прямолінійного нерівномірного руху. Домовимося, що ми завжди будемо проводити координатну вісь Ox уздовж траєкторії руху тіла, тоді координати y, z цього тіла весь час дорівнюватимуть нулю. Швидкість тіла $\vec{v}$, як і переміщення $\vec{s}$, напрямлена вздовж осі Ox. Надалі ми часто застосовуватимемо не самі вектори, а їх проекції на осі координат: замість вектора $\vec{s}$ — його проекції s_x, s_y, s_z, а замість вектора $\vec{v}$ — його проекції v_x, v_y, v_z. У даному випадку (рис. 2.3) $s_y = s_z = 0$, $v_y = v_z = 0$. Проекція швидкості v_x може дорівнювати v (якщо напрям руху збігається з напрямом осі Ox) або $-v$ (якщо напрями руху й осі протилежні).

Якщо координата тіла змінилася від x_0 до x, то проекція переміщення цього тіла $s_x = x - x_0$. Графіки залежності від часу $x(t)$ і $s_x(t)$ дуже схожі (рис. 2.4), графік $s_x(t)$ можна отримати з графіка $x(t)$, просто перемістивши його по вертикалі, щоб початкова точка була $(0,0)$. Зазначимо, що зміни s_x і x однакові: $\Delta s_x = \Delta x$.

Проекція миттєвої швидкості руху $v_x = \frac{\Delta s_x}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ (тут Δt уважаємо достатньо малим). Вона пов'язана з кутом α нахилу графіка $s_x(t)$ або $x(t)$ (кути нахилу цих графіків для одного моменту часу однакові): $v_x > 0$ в ті моменти часу, коли функція $s_x(t)$ зростає, v_x тим більша, чим «крутіше» іде вгору графік (рис. 2.5).

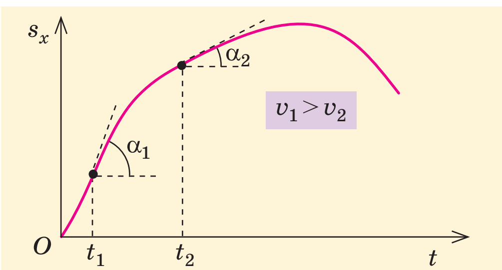


Рис. 2.5. Швидкість у момент t_1 більша, ніж у момент t_2, оскільки $\alpha_1 > \alpha_2$

* В окремі моменти напрям швидкості може змінюватися на протилежний.

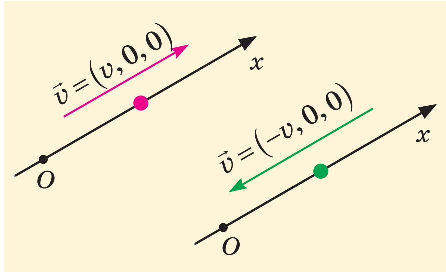


Рис. 2.3. Миттєва швидкість руху вздовж осі Ox

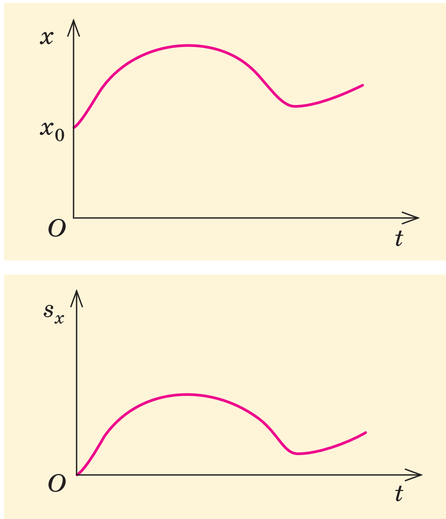


Рис. 2.4. Графіки залежності координати та проекції переміщення від часу

У загальному випадку проекція швидкості руху на вісь є просто похідною відповідної координати по часу. Наприклад, $v_x = \frac{dx}{dt}$. Отже, проекції миттєвої швидкості $\vec{v}$ дорівнюють похідним відповідних проекцій радіус-вектора $\vec{r}$. Можна сказати, що миттєва швидкість є похідною по часу від радіус-вектора: $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$.

Для нерівномірного руху графік $v_x(t)$ може мати різні форми. Нагадаємо, як за цим графіком можна визначити переміщення тіла в будь-який момент часу. Для цього подумки розіб'ємо весь час руху на такі малі проміжки часу, що протягом кожного з них миттєва швидкість не встигає суттєво змінитися. Тоді протягом кожного такого проміжку часу рух можна розглядати як рівномірний. Це означає, що можна замінити графік залежності $v_x(t)$ таким, що складається з окремих маленьких «сходинок» (рис. 2.6, *а*). *Кожній* «сходинці» відповідає переміщення, що чисельно дорівнює площі під нею. Отже, і загальне переміщення чисельно дорівнює площі під графіком $v_x(t)$. Якщо ж під час руху v_x змінює знак (рис. 2.6, *б*), то треба врахувати, що рух спочатку відбувався в одному напрямі, а потім — у протилежному.

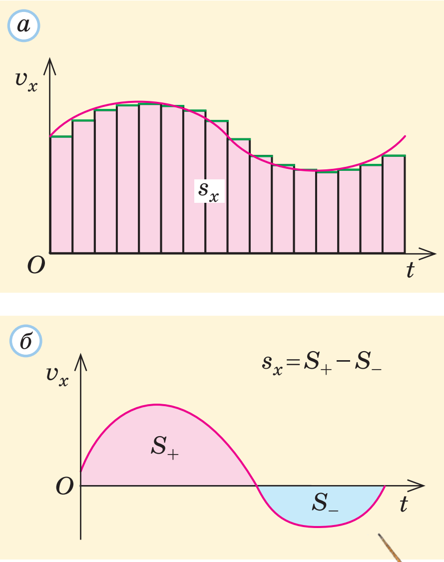
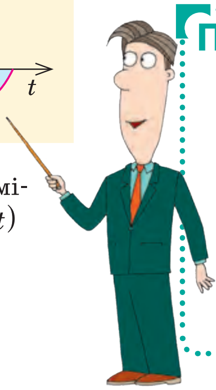


Рис. 2.6. Визначення переміщення тіла за графіком $v_x(t)$



Проекцію переміщення можна знайти як інтеграл від проекції швидкості руху тіла, тобто $s_x = \int\limits_{t_{\text{поч}}}^{t_{\text{кінц}}} v_x(t)dt$ (моменти $t_{\text{поч}}$ і $t_{\text{кінц}}$ відповідають початку та закінченню руху або певного етапу руху). Аналогічні співвідношення справедливі й для s_x, s_y. Інакше кажучи, $\vec{s} = \Delta\vec{r} = \int\limits_{t_{\text{поч}}}^{t_{\text{кінц}}} \vec{v}(t)dt$.

3 Закон додавання швидкостей

Ви вже розумієте, що рух одного й того самого тіла «виглядатиме» по-різному, якщо його розглядати відносно різних систем відліку. Наприклад, равлик може ледь-ледь рухатися відносно корпусу катера, на якому він перебуває, і в той же час дуже швидко переміщатися разом з катером відносно Землі.

Щоб встановити зв'язок між швидкостями руху відносно різних систем відліку, розгляньмо дві такі системи: умовно «нерухому» K (наприклад, пов'язану із Землею) та «рухому» K' (наприклад, пов'язану з платформою, що повільно рухається прямою ділянкою залізниці). Розглядатимемо рух песика, що потрапив на платформу (те, що цей рух відбувається тільки в горизонтальній площині, не має принципового значення).

На рис. 2.7 показано положення платформи та песика M у початковий (нульовий) і кінцевий моменти часу, а також вектори переміщень обох тіл.

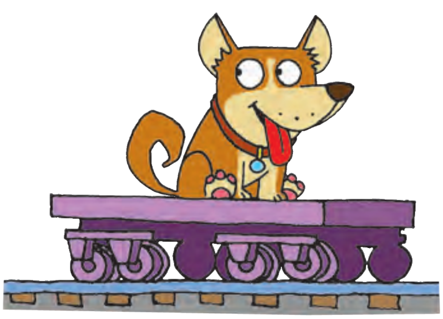


Рис. 2.7. Зміна положення тіла та його переміщення відносно різних систем відліку: C — точка платформи, де спочатку був песик; B — початкове положення песика відносно Землі; $\vec{s}_1 = \overrightarrow{BC}$ — переміщення системи відліку K' відносно K; $\vec{s}_2 = \overrightarrow{CM}$ — переміщення тіла (песика) відносно системи відліку K'; $\vec{s} = \overrightarrow{BM}$ — переміщення тіла (песика) відносно системи відліку K

Очевидно, виконується співвідношення $\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$ (його можна назвати **законом додавання переміщень**):

! переміщення тіла відносно «нерухомої» системи відліку дорівнює векторній сумі переміщення тіла відносно «рухомої» системи відліку та переміщення цієї системи відліку відносно «нерухомої».

Якщо тепер розділити почленно це рівняння на час Δt, протягом якого відбуваються всі ці переміщення, то кожне переміщення «перетвориться» на відповідну середню швидкість, а за малого Δt — на миттєву швидкість. Отримуємо **закон додавання швидкостей** $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$, тобто:

! швидкість тіла відносно «нерухомої» системи відліку дорівнює векторній сумі швидкостей руху тіла відносно «рухомої» системи відліку та руху цієї системи відліку відносно «нерухомої».

Закон додавання швидкостей здається досить очевидним: дійсно, якщо катер пливе зі швидкістю 8 км/год, а ви йдете від корми до носу катера зі швидкістю 6 км/год відносно палуби, то ваша швидкість відносно Землі буде 14 км/год. Якщо ж ви з такою самою за модулем швидкістю відносно палуби рухатиметеся від носу до корми, то ваша швидкість відносно Землі буде лише 2 км/год.

Проте звернімо увагу: ми вважали, що проміжок часу Δt є однаковим, у якій би системі відліку ми не розглядали рух. До початку XX століття незмінність плину часу ні в кого не викликала сумнівів. Але після створення Ейнштейном спеціальної теорії відносності з'ясувалося, що це не так. Тому для дуже швидких рухів закон додавання швидкостей має інший вигляд. Про все це ви дізнаєтеся докладніше з наступного розділу підручника.

Підбиваємо підсумки

Швидкість прямолінійного рівномірного руху $\vec{v}=\frac{\vec{s}}{t}$, її модуль $v=\frac{s}{t}=\frac{l}{t}$. Усі рухи можна характеризувати середньою швидкістю $\vec{v}_{сер}=\frac{\vec{s}}{t}$ та середньою шляховою швидкістю $v_{сер.\,ш}=\frac{l}{t}$. Проте найбільш повне уявлення про рух дає миттєва швидкість, яку можна розглядати як середню за дуже малий проміжок часу: $\vec{v}=\frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t}$. Її можна також розглядати як похідну від радіус-вектора: $\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}$.

Проекцію переміщення тіла можна знайти як площу під графіком залежності від часу відповідної проекції миттєвої швидкості.

Закон додавання швидкостей встановлює зв'язок між швидкостями руху тіла відносно різних систем відліку: $\vec{v}=\vec{v}_1+\vec{v}_2$, тобто швидкість тіла відносно «нерухомої» системи відліку дорівнює векторній сумі швидкостей руху тіла відносно «рухомої» системи відліку та руху цієї системи відліку відносно «нерухомої».

Контрольні запитання

1. Що таке середня швидкість руху? середня шляхова швидкість? **2.** Яких змін зазнає миттєва швидкість під час прямолінійного нерівномірного руху? криволінійного руху? **3.** Як пов'язані проекції переміщення тіла зі зміною його координат? **4.** Сформулюйте закон додавання швидкостей.

Вправа № 2

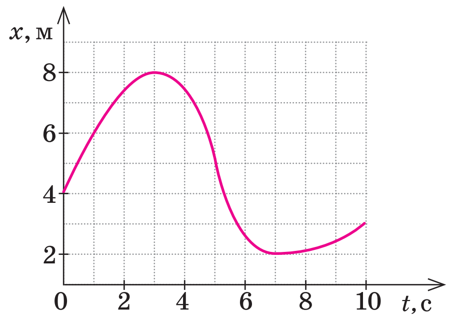
1. Автомобіль за 3 год проїхав 160 км на північ, а за наступні 2 год — 80 км на південь. Визначте модуль середньої швидкості та середню шляхову швидкість руху автомобіля за 5 год руху.

2. Електричка рухається зі швидкістю 30 км/год, а пасажир іде вагоном зі швидкістю 4 км/год відносно нього. Визначте швидкість руху пасажира відносно Землі, якщо він переходить: а) з першого вагону до п'ятого; б) з четвертого вагону до другого.

3. Чи може модуль середньої швидкості руху тіла перевищувати середню шляхову швидкість руху за той самий проміжок часу?

4. Першу третину прямолінійного відрізку траєкторії електропоїзд пройшов зі швидкістю 80 км/год, а решту — зі швидкістю 40 км/год. Визначте модуль середньої швидкості на цьому відрізку траєкторії.

5. На рисунку наведено графік руху тіла вздовж осі Ox. Визначте: а) проміжок часу, коли напрям руху тіла був протилежним до напряму осі Ox; б) моменти часу, коли миттєва швидкість дорівнювала нулю; в) момент часу, коли рух тіла був найшвидшим.



6. На рисунку наведено графік руху тіла вздовж осі Ox. Визначте за графіком модуль середньої швидкості та середню шляхову швидкість руху тіла протягом 10 с.

7. Велосипедист протягом 2 год рухався на схід зі швидкістю 20 км/год, а потім протягом 3 год — на північ зі швидкістю 10 км/год. Визначте модуль середньої швидкості та середню шляхову швидкість руху велосипедиста за 5 год руху.

§ 3. ПРЯМОЛІНІЙНИЙ РІВНОПРИСКОРЕНИЙ РУХ. ВІЛЬНЕ ПАДІННЯ

1 Що таке прискорення та прямолінійний рівноприскорений рух

Під час будь-якого руху, за винятком прямолінійного рівномірного, миттєва швидкість змінюється. Отже, можна ввести «швидкість зміни швидкості», що дорівнюватиме зміні швидкості руху за одиницю часу. Цю векторну фізичну величину позначають $\vec{a}$ і називають **прискоренням:** $\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$. Прискорення — це похідна від швидкості руху, так само як сама швидкість є похідною від переміщення або радіус-вектора тіла.

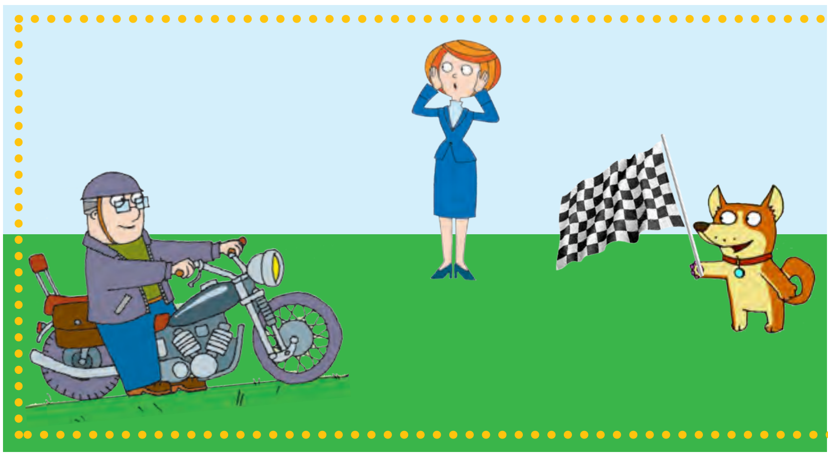
! Прискорення дорівнює відношенню зміни швидкості руху тіла до проміжку часу, за який відбулася ця зміна.

Одиниця прискорення в СІ — метр на секунду у квадраті (метр на секунду за секунду): $[a]=\frac{1\frac{\text{м}}{\text{с}}}{1\,\text{с}}=1\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

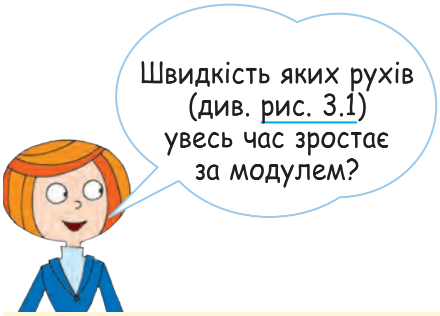
Розгляньмо **прямолінійний рівноприскорений рух**, *під час якого швидкість руху тіла за будь-які рівні проміжки часу змінюється однаково*. Для такого руху $\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\text{const}$, тобто прискорення є сталою величиною. Воно показує, на скільки змінюється швидкість руху за одиницю часу. Наприклад, у прямолінійному рівноприскореному русі з прискоренням 10 м/с^2 швидкість руху тіла щосекунди змінюється на 10 м/с.

Прискорення в природі та техніці

Прискорення	Величина
руху Землі навколо Сонця	6 мм/с^2
парашутиста під час розкривання парашута	80 м/с^2
білизни під час віджимання в пральній машині	1 км/с^2
вільного падіння:	
• на астероїді Каліпсо	3 см/с^2
• на поверхні Сонця	270 м/с^2
• на поверхні нейтронної зорі	10^{12} м/с^2



Прямолінійний рівноприскорений рух є найпростішим із нерівномірних рухів. Нагадаємо, що рух транспортних засобів під час розгону або гальмування практично завжди можна вважати рівноприскореним. Це стосується поїзда та мотоцикла, літака на злітній смузі та ліфта перед зупинкою тощо.



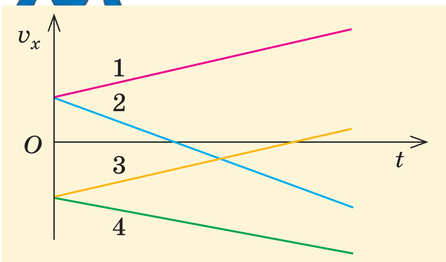


Рис. 3.1. Різні випадки прямолінійного рівноприскореного руху

Якщо позначити $\vec{v}_0$ початкову швидкість руху тіла (у момент $t=0$), то $\vec{a}=\frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t}$ (тут $\vec{v}$ — швидкість руху тіла в момент t). Звідси

$$\boxed{\vec{v}=\vec{v}_0+\vec{a}t.} \quad (1)$$

У проекції на вісь Ox ця формула набуває вигляду

$$\boxed{v_x=v_{0x}+a_x t.} \quad (2)$$

Отже, проекція швидкості руху тіла лінійно залежить від часу (значення v_{0x} і a_x є сталими величинами). Залежно від знаків v_{0x} і a_x проекція швидкості руху може збільшуватися або зменшуватися з часом (рис. 3.1).

2 Переміщення під час прямолінійного рівноприскореного руху

Розгляньмо приклад прямолінійного рівноприскореного руху (рис. 3.2). Ви вже знаєте: проекцію переміщення тіла за час t можна знайти як площу фігури під графіком $v_x(t)$. У даному випадку ця фігура — трапеція.

Скористаємося формулою для площі трапеції, відомою вам із курсу геометрії 8 класу:

$$\boxed{s_x=\frac{v_{0x}+v_x}{2}t.} \quad (3)$$

Звідси легко отримати просту формулу для проекції середньої швидкості:

$$\boxed{v_{\text{сер}\,x}=\frac{s_x}{t}=\frac{v_{0x}+v_x}{2}.} \quad (4)$$

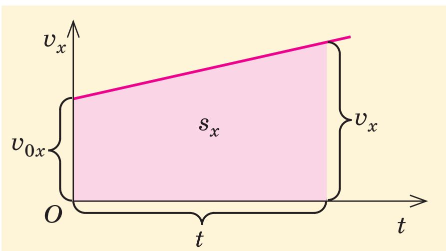


Рис. 3.2. Виводимо формулу переміщення під час прямолінійного рівноприскореного руху

Підставивши вираз $v_x=v_{0x}+a_x t$, отримаємо інший вираз для проекції переміщення:

$$\boxed{s_x=v_{0x}t+\frac{a_x t^2}{2}.} \quad (5)$$

Отже, залежність s_x від часу є квадратичною, а графік цієї залежності — парабола. Отримані формули є справедливими і в тому випадку, коли графік $v_x(t)$ перетинає вісь Ox (тобто коли v_{0x} і a_x мають різні знаки).

У багатьох задачах зручно мати вираз s_x, що не містить безпосередньо часу (тобто вираз s_x через початкову і кінцеву швидкості та прискорення). Щоб виключити час з формули (3), знайдемо його з формули (2) та підставимо:

$$\boxed{s_x=\frac{v_{0x}+v_x}{2}\cdot\frac{v_x-v_{0x}}{a_x}=\frac{v_x^2-v_{0x}^2}{2a_x}.} \quad (6)$$

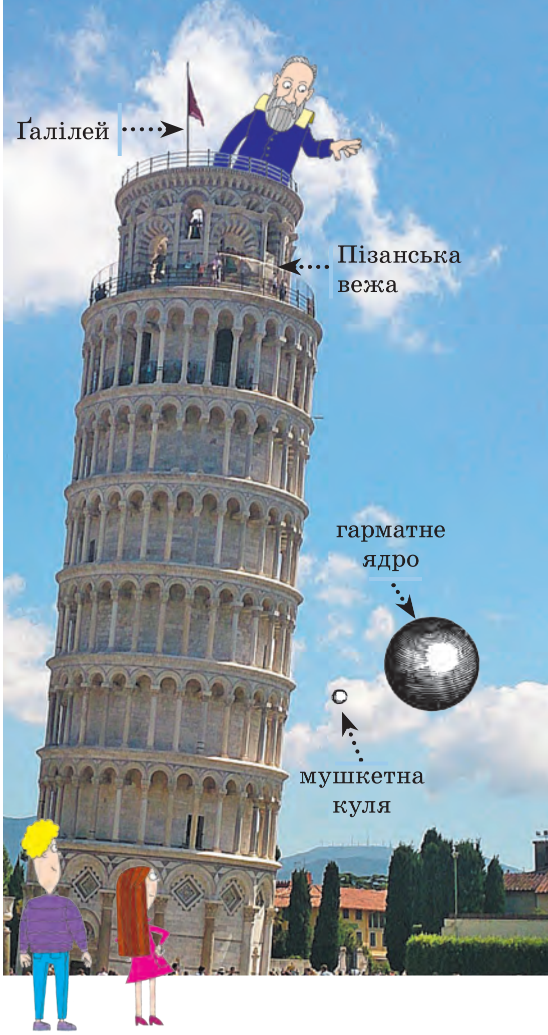
Координату тіла в будь-який момент можна визначити за формулою $x = x_0 + s_x$. Залежність $x(t)$ координати від часу є квадратичною:

$$\boxed{x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}.} \quad (7)$$

Розгляньмо тепер важливий приклад прямолінійного рівноприскореного руху.

3 Вільне падіння

З часів давньогрецького філософа Арістотеля панувала думка, що більш важкі тіла падають швидше, ніж легші. Це твердження певною мірою відповідає нашому життєвому досвіду. Адже якщо з високого берега одночасно почнуть падати камінець і клаптик паперу, то камінець значно швидше сягне поверхні води.



Протягом двох тисячоліть ніхто навіть не висловлював сумнівів щодо твердження Арістотеля. Проте наприкінці XVI століття було доведено, що воно не є справедливим у загальному випадку. За легендою, не хто інший як Ґ. Ґалілей відпускав зі знаменитої похилої Пізанської вежі гарматне ядро масою 80 кг і мушкетну кулю масою близько 200 г. Глядачі могли переконатися, що обидва тіла падають практично одночасно (різниця в часі падіння була майже непомітною).

Ґалілей зробив висновок, що й ця невелика різниця в часі пояснюється дією повітря. Чим більша маса тіла, тим меншим є вплив на нього опору повітря. Тому час падіння є однаковим, якщо обидва тіла достатньо масивні та впливом опору повітря можна знехтувати.

Фактично Ґалілей першим розглянув випадок **вільного падіння**. Так називають *падіння у вакуумі, якому ніщо не заважає*. Учений не міг реально спостерігати падіння тіл у вакуумі: за його життя не були ще створені помпи, здатні відкачати повітря на шляху тіла, що падає. Такі помпи з'явилися дещо пізніше, що дало можливість І. Ньютону здійснити ефектний дослід (рис. 3.3): спостерігати падіння масивної монети та легкого пташиного пера в довгій скляній трубці, де практично не було повітря. Час падіння обох тіл був однаковим.

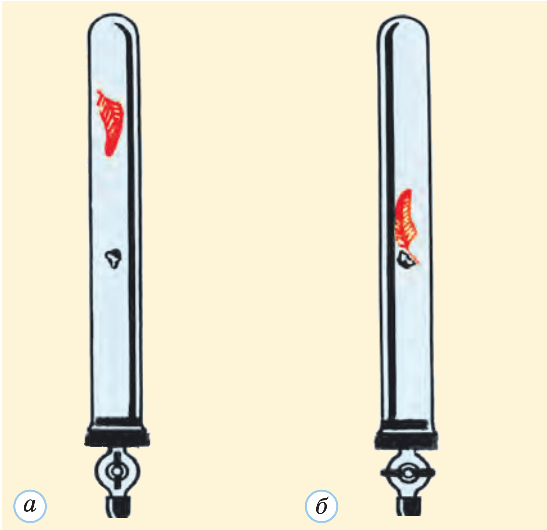
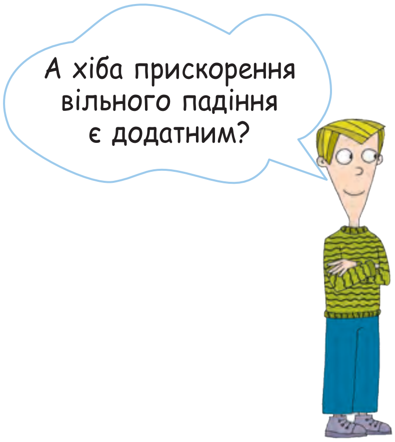
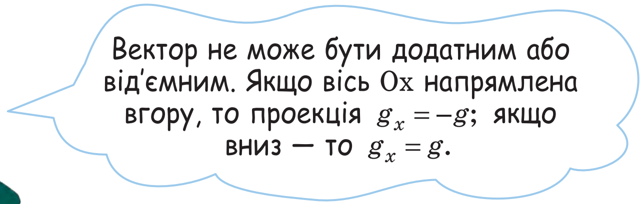


Рис. 3.3. Падіння тіл у трубці Ньютона: *а* — трубка містить повітря; *б* — повітря немає

Незважаючи на всі складнощі вимірювань, Ґалілей зумів дійти правильного висновку: швидкість тіла, що вільно падає, прямо пропорційна часу руху, а переміщення тіла — квадрату часу руху. Але ж саме такими є відповідні залежності для прямолінійного рівноприскореного руху тіл — див. формули (2) і (5) за умови $v_{0x} = 0$.

! Отже, під час вільного падіння на Землю прискорення тіла є сталим і однаковим для всіх тіл. Це прискорення, на відміну від інших, позначають $\vec{g}$, воно напрямлене вниз. Вимірювання показали, що $g \approx 9{,}8\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.





Під час вільного падіння без початкової швидкості

$$v_x = g_x t, \quad s_x = \frac{g_x t^2}{2}.$$

Якщо тіло має початкову швидкість, напрямлену вниз або вгору, то за відсутності опору повітря прискорення його руху теж дорівнює $\vec{g}$. Отже, для такого тіла

$$v_x = v_{0x} + g_x t, \quad s_x = v_{0x} t + \frac{g_x t^2}{2}.$$

Коли сила опору повітря набагато менша від сили тяжіння (тобто коли масивне тіло падає в повітрі не дуже швидко), падіння тіла можна розглядати як вільне. Прикладами можуть бути падіння яблука з гілки або початковий етап руху парашутиста після стрибка з гелікоптера А от падіння дощової краплі біля поверхні Землі ніяк не можна вважати вільним: сила опору повітря, що діє на цю краплю, зрівноважує силу тяжіння, тому рух краплі не рівноприскорений, а рівномірний.

4 Вчимося розв'язувати задачі

Задача 1. Тіло вільно падає без початкової швидкості з висоти 125 м. Визначте модуль переміщення тіла за останні 2 с руху, вважаючи $g = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дано:
$H = 125$ м
$t_1 = 2$ с
$g = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

s_1 — ?

Розв'язання 1

Скористаємося формулою $H = \frac{g t_0^2}{2}$, щоб знайти повний час падіння:

$$t_0 = \sqrt{\frac{2H}{g}}.$$

До початку останнього етапу руху минає час $t_0 - t_1$, за цей час тіло набирає швидкості руху $g(t_0 - t_1)$, яку можна вважати початковою швидкістю v_0 на останньому етапі руху. Отже, $v_0 = g(t_0 - t_1)$.

Переміщення на останньому етапі руху

$$s_1 = v_0 t_1 + \frac{g t_1^2}{2} = g t_1 (t_0 - t_1) + \frac{g t_1^2}{2} = g t_1 \left(\sqrt{\frac{2H}{g}} - \frac{t_1}{2} \right).$$

Перевіримо одиниці: $[s_1] = \frac{\text{м} \cdot \text{с}}{\text{с}^2} \left(\sqrt{\frac{\text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{м}}} - \text{с} \right) = \text{м}.$

Визначимо значення шуканої величини:

$$s_1 = 10 \cdot 2 \left(\sqrt{\frac{2 \cdot 125}{10}} - 1 \right) = 80 \text{ (м)}.$$

Розв'язання 2. Якщо відразу визначити числові значення повного часу падіння ($t_0 = 5$ с) і часу руху до початку останнього етапу ($t_0 - t_1 = 3$ с), то можна скористатися тим, що пройдений шлях пропорційний квадрату часу від початку руху. Отже, до початку останнього етапу тіло пройшло відстань $\left(\frac{3}{5}\right)^2 H = 45$ м, а на останньому етапі — решту шляху: $s_1 = 125 - 45 = 80$ (м).

Відповідь: $s_1 = 80$ м.

Задача 2. На рис. 1 подано графік залежності $v_x(t)$ для руху тіла вздовж осі Ox. Опишіть характер руху, побудуйте графік залежності $x(t)$. Початкова координата тіла $x_0 = -12$ м.

Розв'язання. На першому етапі руху (протягом перших 3 с руху) графік прямолінійний, тобто залежність $v_x(t)$ є лінійною, а рух — прямолінійним рівноприскореним. Положення початкової точки графіка свідчить, що $v_{0x} = 0$. Щосекунди проекція швидкості збільшується на 2 м/с; отже, $a_x = 2$ м/с^2.

На другому етапі руху ($3\,\text{с} < t < 5$ с) маємо $v_x = 6$ м/с, тобто рух є прямолінійним рівномірним.

На початку третього етапу руху ($5\,\text{с} < t < 7$ с) проекція швидкості дорівнює 6 м/с, рух на цьому етапі є прямолінійним рівноприскореним, $a_x = -6$ м/с^2. На проміжку часу $5\,\text{с} < t < 6$ с проекція швидкості є додатною, тобто тіло рухається в додатному напрямі. У момент $t = 6$ с швидкість дорівнює нулю (відбувається миттєва «зупинка»), після чого тіло починає рух у зворотному напрямі.

Щоб побудувати графік залежності $x(t)$, скористаємося тим, що площа під графіком $v_x(t)$ дорівнює проекції переміщення, тобто зміні Δx координати тіла. Відповідні фігури зафарбовано на рис. 2, а значення Δx наведено червоним.

Навколо фізики

2007 року студенти Харківського національного автомобільно-дорожнього університету та співробітники Лабораторії швидкісних автомобілів були запрошені взяти участь в Екологічному марафоні «Shell Eco-marathon». Для цього 2010 року було розроблено «ХАДІ-34» — найбільш енергоефективний автомобіль України з мінімальною витратою палива на 1 км (менше від 2 г). Довжина автомобіля — 2,9 м, максимальна швидкість руху — 60 км/год. Цей автомобіль міг би подолати відстань від Києва до Івано-Франківська, витративши 1 л палива.

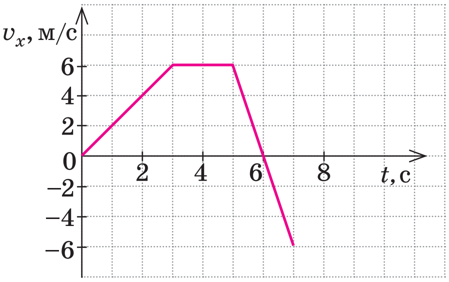


Рис. 1

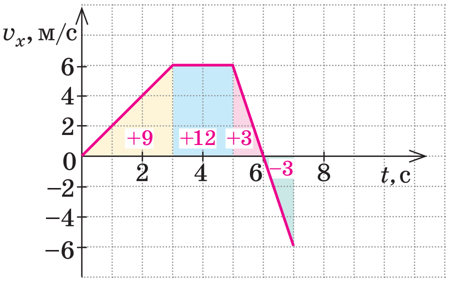


Рис. 2

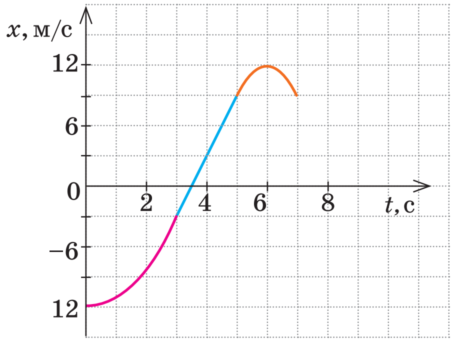


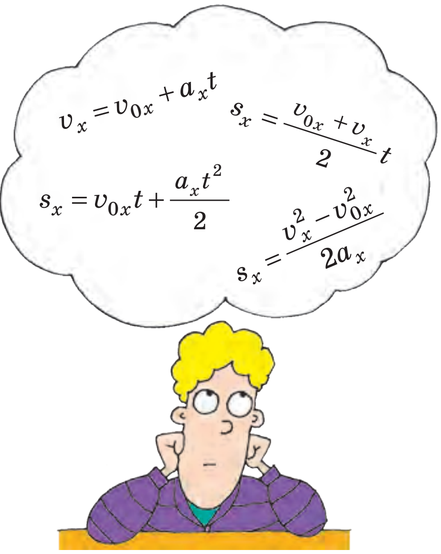
Рис. 3

Урахуємо також, що першому та третьому етапам руху відповідають ділянки графіка $x(t)$ у формі парабол, а другому етапу — прямолінійна ділянка. Вершини парабол відповідають моментам, коли $v_x = 0$ (це $t_1 = 0$ і $t_2 = 6$ с). Повний вигляд графіка $x(t)$ наведено на рис. 3 (ділянки графіка, що відповідають різним етапам руху, виділено різними кольорами).

Звернімо увагу: сусідні ділянки графіка переходять одна в одну плавно, без зламів. Саме так і має бути, тому що злам означав би миттєву зміну швидкості.

Підбиваємо підсумки

Прискорення $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ показує швидкість зміни швидкості руху. Це векторна величина, її одиниця в СІ — 1 м/с^2. Під час прямолінійного рівноприскореного руху швидкість руху тіла за будь-які рівні проміжки часу змінюється однаково, а прискорення є сталим.



Головні співвідношення між величинами, що описують цей рух:

$$v_x = v_{0x} + a_x t \qquad s_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} t \qquad s_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2} \qquad s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$$

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$$

Для розв'язання задач на прямолінійний рівноприскорений рух треба навчитися аналізувати умову задачі та вибирати найзручнішу формулу (або формули) з наведених вище.

Прикладом прямолінійного рівноприскореного руху є вільне падіння тіл (падіння у вакуумі, якому ніщо не заважає). Прискорення $\vec{g}$ такого руху напрямлене вниз, його модуль поблизу поверхні Землі становить приблизно 9,8 м/с^2.

Контрольні запитання

1. Що таке прискорення? 2. Який рух називають прямолінійним рівноприскореним? 3. Як залежать від часу швидкість руху та переміщення тіла під час прямолінійного рівноприскореного руху? 4. За яких умов падіння тіла можна вважати вільним?

Вправа № 3

1. Визначте прискорення руху велосипедиста, якщо протягом 4 с він збільшив швидкість руху від 3 до 11 м/с.

2. На початку крутого спуску автомобіль мав швидкість 7 м/с. Визначте швидкість руху автомобіля та пройдений ним шлях через 10 с, якщо прискорення автомобіля на спуску дорівнювало 0,5 м/с^2 (рух автомобіля пришвидшувався).

3. Скільки часу триває вільне падіння з висоти 45 м? 720 м? Уважайте, що $g=10$ м/с^2.

4. Якої швидкості набирало б тіло внаслідок вільного падіння з висоти 320 м? Уважайте, що $g=10$ м/с^2.

5. Після зупинки на перехресті автомобіль рушає з місця. Через 10 с він набирає швидкості руху 54 км/год. Визначте прискорення руху автомобіля.

6. Дівчинка та хлопчик, що стояли на високому мості, одночасно кинули дві кулі: першу — вгору, а другу — вниз. Початкові швидкості обох куль за модулем дорівнювали 15 м/с. Визначте інтервал часу між падіннями куль у воду. Опір повітря не враховуйте, уважайте $g=10$ м/с^2.

7. Під час гальмування модуль прискорення поїзда дорівнював 0,2 м/с^2, а швидкість руху зменшилася від 23 до 17 м/с. Скільки часу тривало гальмування та який шлях пройшов поїзд за цей час?

8. Визначте за графіком (див. рисунок) прискорення руху тіла в момент 6 с і модуль його переміщення за 8 с.

9. У початковий момент тіло було нерухомим. Воно почало рухатися вздовж осі Ox: перші 3 с — з прискоренням $a_x=2$ м/с^2, наступні 3 с — прямолінійно рівномірно, і ще 3 с — з прискоренням $a_x=-2$ м/с^2. Накресліть графіки залежностей $v_x(t)$ і $s_x(t)$ для даного руху.

10. Для двох тіл, що рухаються вздовж осі Ox, залежності координат від часу мають вигляд $x_1(t)=3+2t-t^2$ і $x_2(t)=4-2t+0{,}5t^2$ (усі величини подано в одиницях СІ). Запишіть формули залежностей $v_x(t)$ для обох тіл і побудуйте відповідні графіки.

11. Визначте за графіком (див. рисунок) модуль середньої швидкості руху тіла: а) за перші 4 с руху; б) за 8 с руху.

Експериментальне завдання

Здійсніть (наприклад, за допомогою мобільного телефону) відеозапис руху кількох автомобілів перед зупинкою на перехресті та після початку руху. Скориставшись отриманими записами, визначте прискорення руху автомобілів на різних етапах їх руху.

Фізика і техніка в Україні

Корольов Сергій Павлович (1907–1966)

Український радянський вчений у галузі ракетобудування та космонавтики.

Конструктор, космічної техніки, визнаний основоположником практичної космонавтики. Очолював ракетну програму СРСР.

Під його керівництвом було запущено першу міжконтинентальну балістичну ракету та перший штучний супутник Землі, здійснено перший політ людини в космос та вихід людини у відкритий космос, створено перші космічні апарати серій «Луна», «Венера», «Марс», а також проект космічного корабля «Союз».

С. П. Корольов народився в Житомирі, здобув середню освіту в Одесі. Там же захопився планеризмом і авіацією. Після завершення вищої освіти працював у Москві над створенням і вдосконаленням ракетних двигунів. Радянські реалії тих років не оминули вченого — 1938 року він був заарештований та засуджений, відбував покарання на Колимі. Суворі допити та тяжкі умови життя вкрай підірвали його здоров'я. Тільки 1944 року Корольова достроково звільняють, а невдовзі призначають головним конструктором балістичних ракет. За життя його ім'я було глибоко засекреченим, але його досягненням захоплено аплодувало все людство.

§ 4. РУХ ТІЛА, КИНУТОГО ГОРИЗОНТАЛЬНО АБО ПІД КУТОМ ДО ГОРИЗОНТУ*

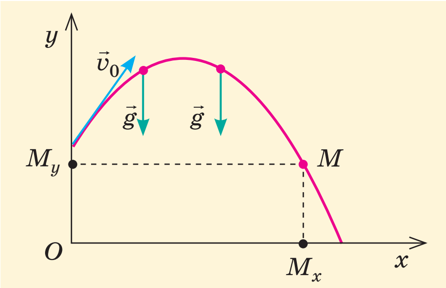
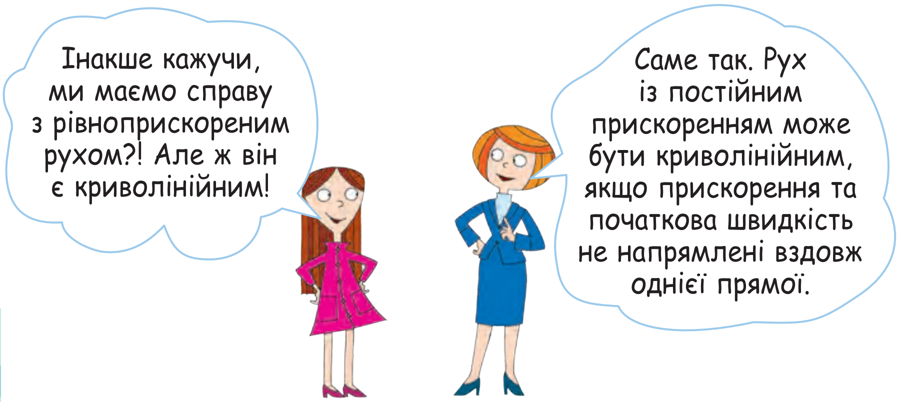


Рис. 4.1. Коли матеріальна точка M рухається під дією постійної сили тяжіння, проекція M_x цієї точки на вісь Ox рухається рівномірно, а проекція M_y на вісь Oy — рівноприскорено

1 Встановлюємо загальні закономірності руху

Розгляньмо рух тіла, якому поблизу поверхні Землі надали початкової швидкості $\vec{v}_0$ в певному напрямі, не обов'язково вертикальному. Уважатимемо, що опором повітря можна знехтувати. Тоді на тіло під час руху діє тільки сила тяжіння з боку Землі, яка надає тілу прискорення вільного падіння $\vec{g}$. Швидкість руху тіла в довільний момент $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$.



Такий рух можна розглядати як «суму» рухів по горизонталі та вертикалі, тобто вздовж осей Ox і Oy (рис. 4.1). Оскільки $g_x = 0$, рух по горизонталі є *рівномірним* (у будь-який момент $v_x = v_{0x}$), а рух по вертикалі — *рівноприскореним* (у будь-який момент $v_y = v_{0y} + g_y t = v_{0y} - gt$). Модуль повної швидкості руху тіла

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}.$$

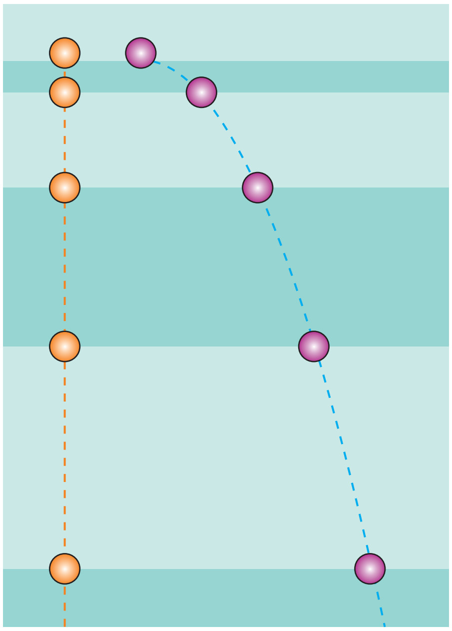


Рис. 4.2. Стробоскопічні зображення рухів двох кульок (рухи почалися одночасно): вільного падіння без початкової швидкості та руху з початковою швидкістю, напрямленою горизонтально. Обидві кульки в будь-який момент перебувають на однаковій висоті

2 Рух тіла, яке кинули горизонтально

Якщо початкова швидкість тіла напрямлена горизонтально, то $v_x = v_{0x} = v_0$, $v_y = v_{0y} - gt = -gt$. Залежність координат тіла від часу має вигляд

$$\boxed{x = v_0 t, \quad y = y_0 - \frac{gt^2}{2}.}$$

Рух по вертикалі відбувається так само, як у випадку падіння без початкової швидкості (рис. 4.2).

* Ті, хто вивчав курс фізики 9 класу на поглибленому рівні, уже знайомі з матеріалом цього параграфа.

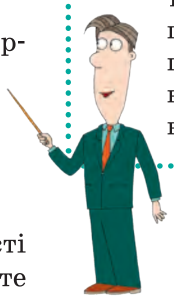
Виключивши з останніх рівнянь t, отримаємо

$$\boxed{y = y_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2}.}$$

Це рівняння параболи. З умови $y = 0$ знаходимо координату $x = L$ точки падіння тіла на поверхню Землі:

$$\boxed{L = v_0\sqrt{\frac{2y_0}{g}}.}$$

Проекції швидкості руху тіла та модуль швидкості можна знайти з формул рівноприскореного руху, проте зручніше буває скористатися законом збереження механічної енергії (ви знайомі із застосуванням цього закону з курсу фізики 9 класу).



Як бачимо, час падіння залежить тільки від початкової висоти. Дальність L польоту тіла по горизонталі пропорційна початковій швидкості та кореню квадратному з початкової висоти.

3 Рух тіла, яке кинули під кутом до горизонту

Розгляньмо також випадок, коли тіло кидають з поверхні Землі $(y_0 = 0)$ під кутом α до горизонту (рис. 4.3).

У цьому випадку $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$, $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$. Формули залежності проекцій швидкості та координат тіла від часу мають вигляд

$$\boxed{v_x = v_0 \cos\alpha, \quad x = v_0 \cos\alpha \cdot t;}$$

$$\boxed{v_y = v_0 \sin\alpha - gt, \quad y = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}.}$$

Виразивши t через x, отримаємо квадратичну залежність $y(x)$; отже, траєкторія руху тіла є параболою. Це, зокрема, означає: частини траєкторії, що відповідають руху вгору та руху вниз, є симетричними.

З наведених формул можна отримати головні характеристики руху та траєкторії. Час t_1 руху до верхньої точки визначимо з умови $v_y(t_1) = 0$, звідки $t_1 = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$.

Максимальну висоту h_{max} підняття тіла можна знайти із залежності $y(t)$ або ще простіше — урахувати, що середнє значення вертикальної проекції швидкості тіла під час руху вгору $v_{y\,\text{сер}} = \frac{v_0 \sin\alpha + 0}{2}$. Таким чином,

$$h_{max} = v_{y\,\text{сер}} t_1 = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}.$$

Загальний час руху $t = 2t_1 = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$.

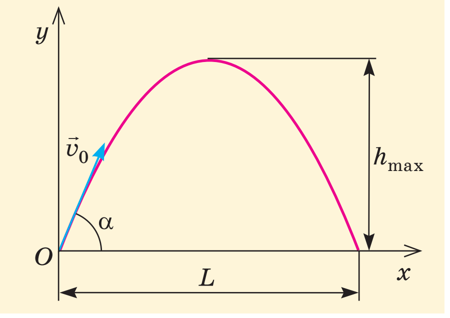
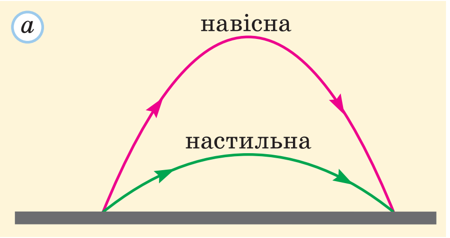


Рис. 4.3. Рух тіла, яке кинули під кутом до горизонту



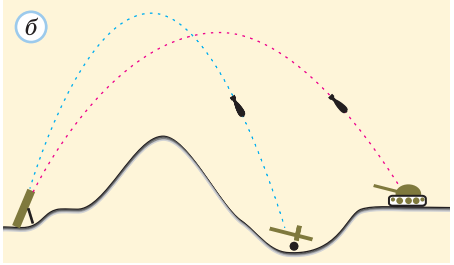


Рис. 4.4. Настильна та навісна траєкторії (*а*); навісні траєкторії руху мін (*б*)

Отже, дальність польоту

$$L = v_0 \cos\alpha \cdot t = \frac{2v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

З останньої формули випливає, що за певної початкової швидкості v_0 максимальна дальність польоту досягається, коли $\sin 2\alpha = 1$, тобто за умови $\alpha = 45°$. Можна зробити й іще один висновок: якщо кут α замінити на $90° - \alpha$, то дальність польоту не зміниться (значення $\sin\alpha$ і $\cos\alpha$ просто «поміняються місцями»). Отже, тіло може пролетіти однакову відстань по горизонталі (та влучити в одну й ту саму точку), рухаючись однією з двох траєкторій (рис. 4.4, *а*). Вищу траєкторію називають **навісною**, а нижчу — **настильною**. Навісними траєкторіями рухаються, наприклад, випущені з міномета міни; тому вони можуть вражати цілі на закритих позиціях (зворотних схилах пагорбів тощо, рис. 4.4, *б*).

4 Вчимося розв'язувати задачі

Задача 1. Хлопчик викинув із вікна на висоті $h_0 = 5$ м недогризок яблука, надавши йому початкової швидкості в горизонтальному напрямі. Недогризок влучив точно в урну, модуль його переміщення $s = 13$ м. Визначте початкову швидкість руху недогризка та напрям його руху перед падінням в урну. Опір повітря не враховуйте; уважайте, що $g = 10$ м/с^2.

Розв'язання. Перш за все визначимо горизонтальну дальність L польоту недогризка (рис. 1): $L = \sqrt{s^2 - h_0^2}$. Оскільки $L = v_0\sqrt{\dfrac{2h_0}{g}}$, отримуємо початкову швидкість руху $v_0 = L\sqrt{\dfrac{g}{2h_0}} = \sqrt{\dfrac{g\left(s^2 - h_0^2\right)}{2h_0}}$.

Час руху $t = \sqrt{\dfrac{2h_0}{g}}$, за цей час недогризок набирає вертикальної швидкості $v_y = gt = \sqrt{2gh_0}$. Отже, швидкість $\vec{v}$ руху перед падінням (рис. 2) утворює з горизонтом такий кут α, що $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{v_y}{v_0} = \dfrac{\sqrt{2gh_0}}{v_0}$.

Перевіримо одиниці:

$$[v_0] = \sqrt{\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{м}}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}, \quad [\operatorname{tg}\alpha] = \frac{\sqrt{\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м}}}{\dfrac{\text{м}}{\text{с}}} = 1.$$

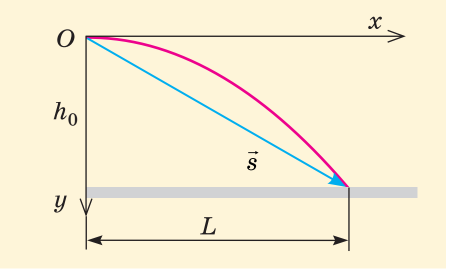


Рис. 1

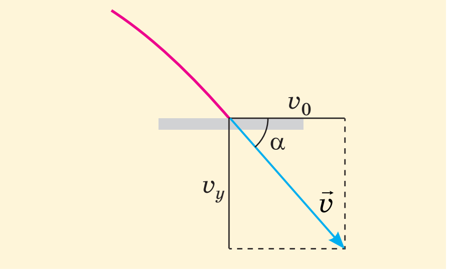


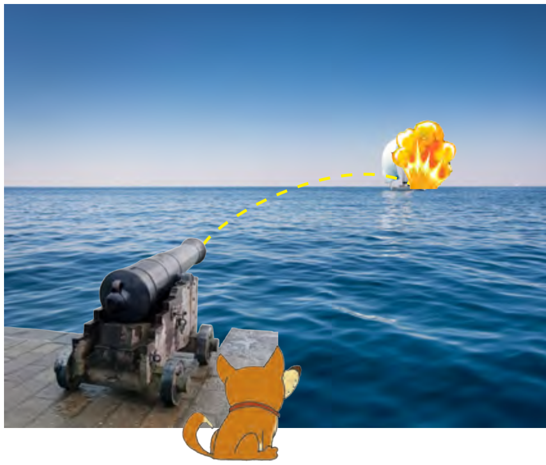
Рис. 2

Визначимо значення шуканих величин:

$$v_0=\sqrt{\frac{10\cdot\left(13^2-5^2\right)}{2\cdot 5}}=12\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right),\quad \operatorname{tg}\alpha=\frac{\sqrt{2\cdot 10\cdot 5}}{12}=0{,}83,\quad \alpha=40^\circ.$$

Відповідь: $v_0=12$ м/с; рух напрямлений під кутом 40° до горизонту.

Задача 2. Під час навчальної артилерійської стрільби перший снаряд влучив у мішень на відстані $L=8$ км від гармати. Перед другим пострілом кут нахилу ствола до горизонту збільшили на 60°. Визначте початкову швидкість снарядів, якщо другий снаряд влучив у ту саму мішень, що й перший. Опір повітря не враховуйте; уважайте, що $g=10$ м/с^2.



Розв'язання. Очевидно, що перший снаряд рухався настильною траєкторією, а другий — навісною, що відповідала такій самій дальності польоту. Якщо початкова швидкість першого снаряда утворювала кут α з горизонтом, то початкова швидкість другого — кут $(90^\circ-\alpha)$. З умови випливає, що $90^\circ-\alpha=60^\circ+\alpha$, звідки $\alpha=15^\circ$.

З формули дальності польоту $L=\dfrac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}$ отримуємо $v_0=\sqrt{\dfrac{gL}{\sin 2\alpha}}$. Перевіримо одиниці: $[v_0]=\sqrt{\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}\cdot\text{м}}=\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.

Визначимо значення шуканої величини:

$$v_0=\sqrt{\frac{10\cdot 8\cdot 10^3}{\sin 30^\circ}}=400\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right).$$

Це значення є цілком правдоподібним.

Відповідь: $v_0=400$ м/с.

Підбиваємо підсумки

Усі тіла поблизу поверхні Землі рухаються під дією земного тяжіння з однаковим прискоренням $\vec{g}$ (якщо вважати, що опором повітря можна знехтувати).

Якщо початкова швидкість руху тіла напрямлена горизонтально або під кутом до горизонту, то цей рух можна розглядати як суму двох одночасних рухів: рівномірного руху по горизонталі та рівноприскореного з прискоренням $\vec{g}$ — по вертикалі. Траєкторія «результуючого» руху є параболою. Для тіла, яке кинули з поверхні Землі під кутом α до горизонту, час руху вгору до вершини параболи такий самий, як час руху вниз від вершини параболи до точки падіння. Дальність польоту такого тіла $L=\dfrac{2v_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}=\dfrac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}$ за певного значення початкової швидкості v_0 є однаковою для траєкторій, що відповідають значенням кута α і $90^\circ-\alpha$.

Контрольні запитання

1. Як залежать від часу проекції v_x, v_y швидкості руху тіла, що рухається під дією сили тяжіння поблизу поверхні Землі? 2. Чи залежить час руху до падіння тіла, яке кинули горизонтально, від значення початкової швидкості його руху? 3. Під яким кутом до горизонту треба кинути тіло, щоб воно пролетіло якнайдалі (за відсутності опору повітря)?

Вправа № 4

Опір повітря не враховуйте. Уважайте, що $g = 10$ м/с^2.

1. Футболіст під час тренування ударом надав м'ячу швидкості 10 м/с під кутом 25° до горизонту. Під час другого удару з того самого місця спортсмен надав м'ячу такої самої за модулем швидкості в іншому напрямі, а м'яч влучив у ту саму точку футбольного поля. Під яким кутом до горизонту полетів м'яч після другого удару?

2. М'яч кинули в горизонтальному напрямі зі швидкістю 6 м/с з вікна на висоті 12,8 м. Початкова швидкість руху м'яча напрямлена перпендикулярно до стіни будинку. На якій відстані від будинку м'яч упав на землю?

3. Тіло, яке кинули з вікна хмарочоса в горизонтальному напрямі з висоти 240 м, перемістилося на 40 м у горизонтальному напрямі. З якої висоти треба кинути тіло з такою самою горизонтальною швидкістю, щоб воно перемістилося по горизонталі на 20 м?

4. Два камінці кинули одночасно з поверху будівлі в одному напрямі зі швидкостями 7 і 11 м/с. Визначте відстань між тілами через 2 с руху.

5. Тіло, що кинули з висоти 20 м у горизонтальному напрямі з початковою швидкістю 7,5 м/с, впало на землю. Визначте модуль переміщення тіла.

6. Футбольний м'яч після удару перебував у повітрі 6 с. На яку максимальну висоту він піднявся?

7. Камінець кинули з рівня поверхні Землі з початковою швидкістю 15 м/с під кутом 60° до горизонту. Визначте час його польоту, максимальну висоту та дальність польоту.

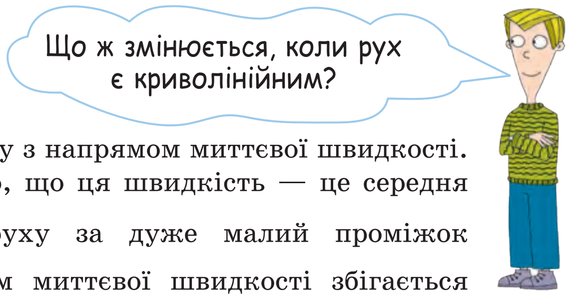
Експериментальне завдання

Дослідіть експериментально залежність дальності польоту тіла, яке кинули горизонтально, від початкової висоти. Для цього розробіть спосіб надання тілу однакової початкової швидкості в кожному з дослідів.

§ 5. КІНЕМАТИКА КРИВОЛІНІЙНОГО РУХУ

1 Миттєва швидкість і прискорення криволінійного руху

Ви вже знаєте, що таке миттєва швидкість та прискорення руху. Якщо в 9 класі ми застосовували ці поняття головним чином для опису прямолінійного руху, то в попередньому параграфі розглянуто й один із різновидів криволінійного руху. Під час прямолінійного нерівномірного руху як миттєва швидкість $\vec{v} = \dfrac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}$, так і прискорення $\vec{a} = \dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ (рис. 5.1) завжди напрямлені вздовж прямолінійної траєкторії руху. Під час же найпростішого прямолінійного руху — прямолінійного рівномірного — швидкість є незмінною, а прискорення дорівнює нулю.



Розберемося спочатку з напрямом миттєвої швидкості. Будемо виходити з того, що ця швидкість — це середня швидкість $\vec{v}_{сер} = \frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t}$ руху за дуже малий проміжок часу Δt. Отже, напрям миттєвої швидкості збігається з напрямом переміщення тіла за дуже малий проміжок часу. На рис. 5.2 показано переміщення тіла протягом різних проміжків часу: спочатку протягом Δt_1, потім протягом першої половини цього проміжку $\left(\Delta t_2 = \frac{\Delta t_1}{2}\right)$, потім протягом проміжку часу $\Delta t_3 = \frac{\Delta t_2}{2}$ тощо.

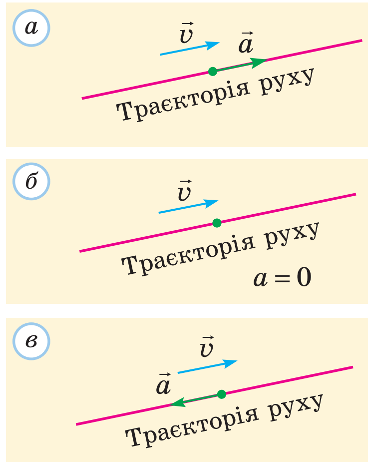


Рис. 5.1. Різні випадки прямолінійного руху: *а* — модуль швидкості збільшується; *б* — рух рівномірний; *в* — модуль швидкості зменшується

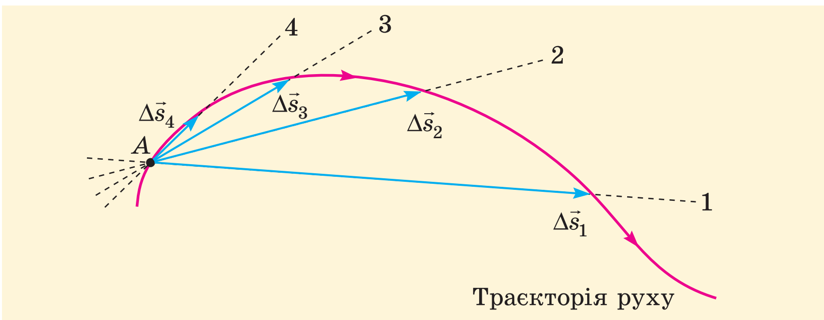


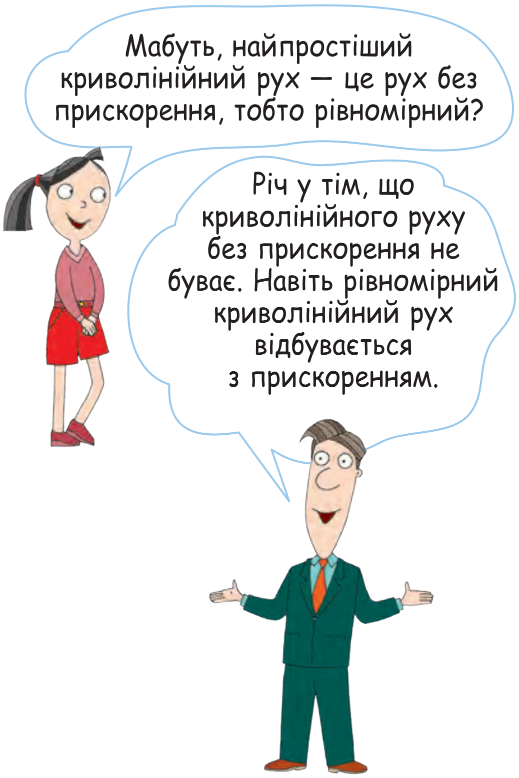
Рис. 5.2. Переміщення тіла протягом усе менших проміжків часу

Прямі 1, 2, 3, ..., на яких лежать відповідні вектори переміщень, перетинають криволінійну траєкторію руху у двох точках. Чим меншим є переміщення, тим ближчі ці точки одна до одної і тим менший кут між відповідною прямою та дотичної до траєкторії в точці A (можна вважати, що для дотичної обидві точки перетину з кривою просто зливаються). Отже, достатньо малі переміщення напрямлені вздовж дотичної до траєкторії руху. Так само напрямлена й миттєва швидкість.

! Миттєва швидкість криволінійного руху в кожній точці траєкторії напрямлена вздовж дотичної до траєкторії.

На рис. 5.3 показано напрями швидкостей руху тіла в різних точках колової траєкторії. Підтвердженням є видимий рух іскор від точильного круга (насправді це розпечені крихітки речовини, що відірвалися та рухаються практично за інерцією).

Рис. 5.3. Напрями швидкостей частинок, що рухаються по колу



Тепер ми можемо розглянути й питання про прискорення криволінійного руху.

Дійсно, під час криволінійного рівномірного руху залишається незмінним тільки модуль швидкості. Що ж до напряму швидкості, то він весь час змінюється (див. рис. 5.3). Отже, змінюється й вектор швидкості. А це й означає, що прискорення криволінійного руху завжди є відмінним від нуля.

Зверніть увагу!

- Криволінійний рух завжди відбувається з прискоренням.
- Отже, щоб тіло рухалося криволінійною траєкторією, якась сила має надавати йому відповідного прискорення.

2 Рівномірний рух по колу. Лінійна та кутова швидкості

Найпростішим прикладом криволінійного руху є рівномірний рух матеріальної точки по колу. Невдовзі ми побачимо, як можна перейти від розгляду такого руху до розгляду загального випадку.

Якщо тіло рівномірно рухається по колу радіусом r, то воно здійснює кожний оберт за один і той самий час T. Цей час називають **періодом** рівномірного руху по колу. **Обертова частота** n чисельно дорівнює кількості повних обертів за одиницю часу. Якщо за час t тіло здійснило N повних обертів, то $n = \frac{N}{t} = \frac{1}{T}$. Одиниця цієї величини в СІ — оберт за секунду (об/с, або $с^{-1}$).

Визначимо модуль швидкості руху (його також називають **лінійною швидкістю** руху):

$$v = \left|\frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t}\right| = \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi n r.$$

Ми скористалися тим, що модуль переміщення тіла $|\Delta\vec{s}|$ за малий проміжок часу дорівнює пройденому за цей проміжок часу шляху Δl, а за час T тіло проходить шлях $2\pi r$.

Розглядаючи рух матеріальної точки M по колу, зручно вибрати початок координат O в центрі кола. Тоді радіус-вектор $\vec{r}$ рухомої точки напрямлений вздовж радіуса кола (рис. 5.4). Під час рівномірного руху цей радіус-вектор рівномірно обертається. Кут φ між радіус-вектором і віссю Ox однозначно визначає положення рухомої точки. Нагадаємо, що в СІ одиниця кута — 1 радіан (рад).

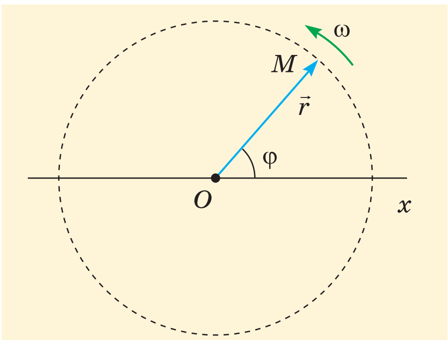


Рис. 5.4. Рух точки M по колу супроводжується зміною кута φ

Якщо характеризувати положення рухомої точки кутом φ, то зручно застосовувати таку фізичну величину, як **кутова швидкість** ω.

Кутова швидкість чисельно дорівнює куту повороту радіус-вектора за одиницю часу: $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$. Одиниця кутової швидкості в СІ — радіан за секунду (рад/с, або $с^{-1}$).

Оскільки кут повороту радіус-вектора протягом одного періоду дорівнює 2π рад, виконується співвідношення

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n$. Кут повороту радіус-вектора за час t за умови рівномірного руху по колу з кутовою швидкістю* ω дорівнює ωt.

З останніх формул випливає також важливе співвідношення $v = \omega r$.

3 Доцентрове (нормальне) прискорення

Ми вже розуміємо, що криволінійного руху без прискорення не буває. Знайдемо напрям і модуль цього прискорення для найпростішого криволінійного руху — рівномірного руху по колу. Перш за все пояснимо походження прискорення в цьому випадку.

На рис. 5.5, *а* показано два положення рухомої точки, що відповідають двом близьким моментам часу, та швидкості точки в ці моменти. Прискорення руху точки $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$. Оскільки рух рівномірний, трикутник швидкостей $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\Delta\vec{v}$ (рис. 5.5, *б*) є рівнобедреним. Оскільки кут φ при вершині цього трикутника «майже нульовий», кути при основі трикутника «майже прямі» (насправді йдеться про граничні значення цих кутів). Отже, вектор зміни швидкості $\Delta\vec{v}$, а разом з ним і вектор прискорення $\vec{a}$ перпендикулярні до вектора швидкості руху.

Швидкість руху напрямлена вздовж дотичної до колової траєкторії; таким чином, прискорення напрямлене вздовж радіуса кола. Як видно з рисунка, вектор прискорення напрямлений у бік центра кола. Це прискорення називають **доцентровим**. Його називають також **нормальним** (термін «нормаль», що походить від латинського «перпендикуляр», широко вживають у фізиці та математиці). Щоб підкреслити напрям цього прискорення (перпендикулярно до швидкості), його часто позначають $\vec{a}_n$.

Трикутники на рис. 5.5, *б* є подібними, адже обидва вони рівнобедрені й мають однакові кути при вершинах. Це дозволяє нам знайти модуль доцентрового прискорення. Скористаємося пропорцією $\frac{s}{r} = \frac{|\Delta\vec{v}|}{v}$ та співвідношеннями $s = v\Delta t$ і $|\Delta\vec{v}| = a\Delta t$, справедливими для малих проміжків часу Δt. Отримаємо вираз $a = \frac{v^2}{r}$, або $a_n = \frac{v^2}{r}$,

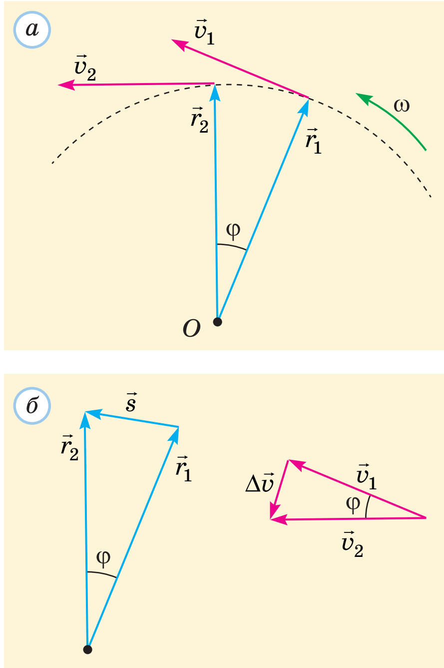


Рис. 5.5. Переміщення, швидкості, прискорення під час рівномірного руху тіла по колу (кут φ для наочності завищено)

* Дехто з вас, мабуть, уже помітив, що й кутова швидкість, і отримані для неї співвідношення дуже нагадують про таку характеристику гармонічних коливань, як циклічна частота (ви могли дізнатися про неї під час поглибленого вивчення фізики в 9 класі). Це не випадковий збіг, між рівномірним рухом по колу та гармонічними коливаннями існує тісний зв'язок.

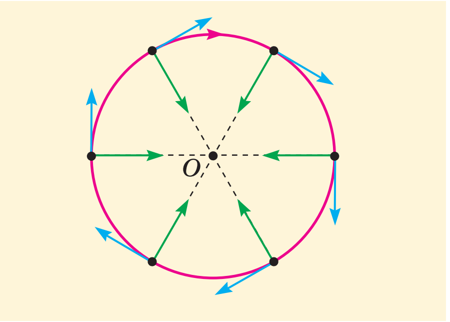


Рис. 5.6. Напрями швидкостей і прискорень частинок, що рівномірно рухаються по колу (сині стрілки — швидкості, зелені — прискорення)

для модуля доцентрового прискорення. Інколи зручно скористатися й іншими формами цього співвідношення:

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \omega v = \omega^2 r. \qquad (1)$$

На рис. 5.6 показано напрями швидкостей і прискорень частинок у різних точках колової траєкторії під час рівномірного руху. Модуль прискорення, як і модуль швидкості руху частинки, під час руху не змінюється.

Але такий рух не можна вважати «криволінійним рівноприскореним». Адже *вектор* прискорення змінюється за напрямом. Приклад криволінійного руху з *постійним* прискоренням нам уже відомий — за відсутності опору повітря це політ тіла, яке кинули горизонтально або під кутом до горизонту.

Дізнаємося більше

Чому ми так багато уваги приділяємо саме руху по колу? Адже криволінійні траєкторії бувають набагато складнішими (рис. 5.7).

Річ у тім, що для визначення швидкості та прискорення руху будь-яку маленьку ділянку криволінійної траєкторії можна подумки замінити маленькою дугою кола. Радіус цього кола називають **радіусом кривизни** траєкторії в даній точці, а його центр — **центром кривизни.** Для колової траєкторії радіус кривизни є незмінним і збігається з радіусом кола, для інших траєкторій радіус кривизни в різних точках різний (рис. 5.8).

Радіус кривизни кривої лінії можна визначити через кут між двома дотичними, проведеними у двох близьких точках цієї лінії. Якщо цей кут дорівнює $\Delta\varphi$, а довжина ділянки кривої лінії між зазначеними точками Δl, то радіус кривизни $r = \frac{\Delta l}{\Delta\varphi}$. Для кола кут між дотичними збігається з кутом між відповідними радіусами (порівняйте з рис. 5.5).

Для визначення нормального прискорення під час руху криволінійною траєкторією завжди можна користуватися формулою (1), якщо r — радіус кривизни траєкторії. Нормальне прискорення за певної лінійної швидкості тим більше, чим менший радіус кривизни (тобто чим більш «крутим» є поворот).

Рис. 5.7. Уявімо траєкторію криволінійного руху вагончика на американських горках

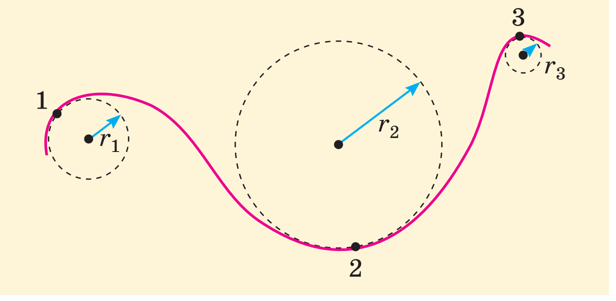


Рис. 5.8. Радіуси кривизни в різних точках криволінійної траєкторії відрізняються ($r_3 < r_1 < r_2$)

4 Нерівномірний криволінійний рух. Тангенціальне прискорення

Під час рівномірного криволінійного руху прискорення (це нормальне прискорення) напрямлене під прямим кутом до швидкості. Воно спричиняє зміну швидкості тільки за напрямом (рис. 5.9, *а*). Відомо також, що під час прямолінійного руху, коли швидкість змінюється тільки за модулем, прискорення та швидкість напрямлені вздовж однієї прямої (рис. 5.9, *б*). У загальному ж випадку криволінійного нерівномірного руху швидкість одночасно змінюється як за напрямом, так і за модулем (рис. 5.9, *в*). Виникає запитання: як напрямлене прискорення такого руху?

У загальному випадку вектор прискорення напрямлений під кутом до вектора швидкості (рис. 5.10). Дві його складові називають тангенціальним $(\vec{a}_\tau)$ і нормальним $(\vec{a}_n)$ прискореннями.

Тангенціальне прискорення (напрямлене по дотичній до траєкторії) «відповідає» за зміну модуля швидкості. Нормальне прискорення (напрямлене перпендикулярно до дотичної) «відповідає» за зміну напряму швидкості. Повне прискорення $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$.

Модуль тангенціального прискорення визначає швидкість зміни модуля швидкості: $a_\tau = \left|\dfrac{\Delta v}{\Delta t}\right|$.

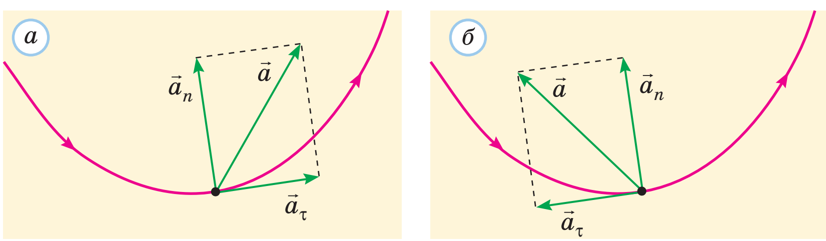


Рис. 5.10. Нерівномірний криволінійний рух: *а* — модуль швидкості збільшується; *б* — модуль швидкості зменшується

Рис. 5.9. Рівномірний криволінійний рух (*а*); нерівномірний прямолінійний рух (*б*); нерівномірний криволінійний рух (*в*)

Коли розглядається рух по колу (наприклад, рух точок твердого тіла, що обертається навколо нерухомої осі), зручно буває замість лінійної швидкості v застосовувати кутову швидкість ω. Тоді замість тангенціального прискорення зручно застосовувати кутове прискорення β. Ця величина чисельно дорівнює зміні кутової швидкості за одиничний час: $\beta = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$. Одиниця кутового прискорення в СІ — радіан у секунду за секунду (рад/с^2).

Оскільки $v = \omega r$, тангенціальне та кутове прискорення пов'язані співвідношенням

$$a_\tau = \left|\frac{\Delta v}{\Delta t}\right| = r\left|\frac{\Delta\omega}{\Delta t}\right| = r|\beta|. \qquad (2)$$

У багатьох випадках (наприклад, під час запуску точильного круга) можна вважати, що кутове прискорення є незмінним. Тоді можна показати, що співвідношення між кутовими величинами аналогічні співвідношенням між кінематичними характеристиками прямолінійного рівноприскореного руху (див. таблицю).

Аналогії між прямолінійним рухом і рухом по колу

Прямолінійний рух	
Координата	x
Проекція переміщення (зміна координати)	$s_x = \Delta x$
Проекція швидкості	v_x
Проекція прискорення	a_x
	$v_x = v_{0x} + a_x t$ $s_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} t$ $s_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$ $s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$

Рух по колу	
Кут	φ
«Кутове переміщення» (зміна кута)	$\Delta\varphi$
Кутова швидкість	ω
Кутове прискорення	β
	$\omega = \omega_0 + \beta t$ $\Delta\varphi = \frac{\omega_0 + \omega}{2} t$ $\Delta\varphi = \omega_0 t + \frac{\beta t^2}{2}$ $\Delta\varphi = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\beta}$

Підбиваємо підсумки

Під час криволінійного руху миттєва швидкість $\vec{v}$ напрямлена по дотичній до траєкторії, тому вектор $\vec{v}$ постійно змінює напрям. Унаслідок цього рух відбувається з прискоренням. Якщо рух є рівномірним $(v = \text{const})$, це прискорення (нормальне прискорення $\vec{a}_n$) перпендикулярне до швидкості. У загальному випадку існує ще тангенціальне прискорення $\vec{a}_\tau$, пов'язане зі зміною модуля швидкості. Загальне прискорення $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$.

Для рівномірного руху по колу радіуса r швидкість $v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi n r$, де T і n — відповідно період і обертова частота руху. Кутова швидкість $w = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n = \frac{v}{r}$; нормальне прискорення $a_n = \frac{v^2}{r} = \omega v = \omega^2 r$, а тангенціальне $a_\tau = 0$.

Для нерівномірного руху по колу $a_\tau = r|\beta|$, де $\beta = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ — кутове прискорення.

Контрольні запитання

1. Як напрямлена миттєва швидкість криволінійного руху? 2. Поясніть, чому криволінійний рух завжди відбувається з прискоренням. 3. Як пов'язані кутова та лінійна швидкості руху по колу? 4. Для якого руху тангенціальне прискорення відсутнє? 5. Поясніть фізичний зміст кутового прискорення.

Вправа № 5

1. Визначте період, обертову частоту та кутову швидкість руху кінця секундної стрілки годинника.

2. Діаметр циркової арени становить 13 м. Цирковий поні біжить навкруги арени зі швидкістю 5 м/с. Визначте період і обертову частоту його руху.

3. Діаметр циркової арени становить 13 м. Дресирований собака оббігає арену за 10 с. Визначте кутову швидкість руху та доцентрове прискорення собаки.

4. Тіло, що перебувало в спокої, починає рухатися по колу з постійним кутовим прискоренням 0,1 рад/с^2. Через який час тіло вперше повернеться в початкову точку? Яку кутову швидкість воно матиме в цей момент?

5. Тіло рівномірно рухається траєкторією, показаною на рис. 5.8. У яких точках траєкторії його прискорення найбільше за модулем? найменше?

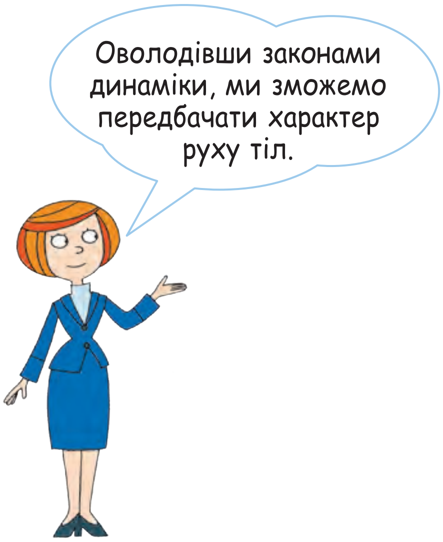
6. Маленька кулька здійснює коливання на нитці. Як напрямлене прискорення кульки в нижній точці A траєкторії? у верхній точці B? у точці, що розташована приблизно посередині дуги AB?

7. Велосипед рухається прямолінійно рівномірно зі швидкістю 5 м/с. Визначте модулі й напрями прискорень верхньої та нижньої точок колеса. Радіус колеса дорівнює 0,25 м.

Експериментальне завдання

Установіть велосипед так, щоб його переднє колесо не торкалося опори. Прикріпіть легку мітку до однієї зі спиць і розкрутіть колесо. Здійсніть за допомогою мобільного телефону відеозапис подальшого руху колеса. Проаналізуйте запис та визначте: а) залежність кутової швидкості руху від часу; б) залежність кутового прискорення руху від часу.

§ 6. ІНЕРЦІАЛЬНІ СИСТЕМИ ВІДЛІКУ. ЗАКОНИ ДИНАМІКИ НЬЮТОНА



1 Явище інерції. Перший закон динаміки. Принцип відносності Ґалілея

Опрацювавши попередні параграфи, ви навчилися *описувати* певні види механічного руху. Відповідний розділ механіки називають **кінематикою**. Надалі ж ми спробуємо ще й визначати причини та умови певного руху тіл. Це предмет іншого розділу механіки — **динаміки**.

Перша проблема — чому взагалі виникає та продовжується рух тіл? Давньогрецький філософ Арістотель близько 2500 років тому стверджував: щоб тіло рухалося, на нього потрібно діяти якимось чином, «штовхати». Якщо припинити таку дію, тіло зупиниться. Інакше кажучи, «природним» станом тіла є спокій: якщо тіло «не займати», воно переходить у стан спокою.

На перший погляд може здатися, що наш повсякденний досвід підтверджує таку точку зору: шайба, що ковзає горизонтальною поверхнею льодового майданчика, кінець кінцем зупиняється. Так само зупиняється й автомобіль на горизонтальній дорозі, якщо вимкнути двигун. Проте не можна вважати, що шайбу та автомобіль просто «перестали штовхати». Рух цих тіл припинився через тертя об поверхню, тобто під дією іншого тіла.

Саме такого висновку дійшов на межі XVI та XVII століть італійський учений Ґ. Ґалілей (рис. 6.1). Він першим здійснив «уявний експеримент» — подумки «зменшив» тертя до нуля. У такому випадку немає причини для сповільнення руху тіла та його зупинки.

Отже, за висновком Ґалілея, надана рухомому тілу швидкість буде зберігатися, якщо усунено зовнішні причини прискорення або сповільнення руху. Інакше кажучи, «природним» станом тіла може бути не тільки спокій, а й прямолінійний рівномірний рух.

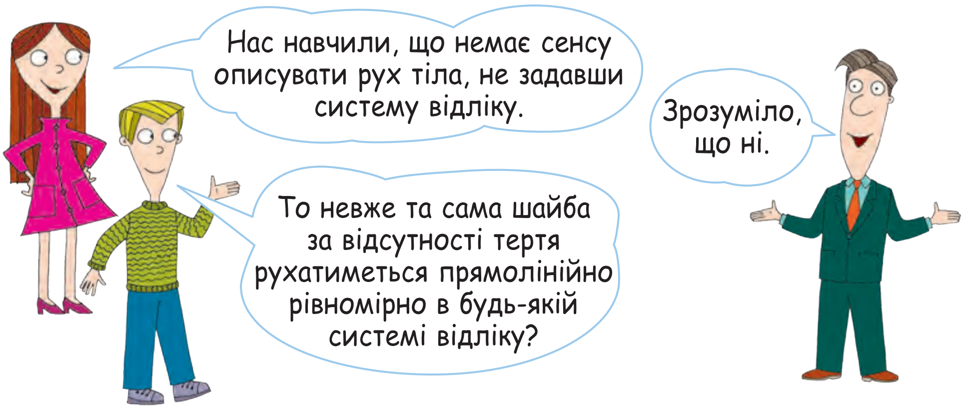
Фактично Ґалілей відкрив **явище інерції**. З курсу фізики 7 і 9 класів ви знаєте про це явище, що полягає *у властивості тіл зберігати стан спокою або прямолінійного рівномірного руху за відсутності або скомпенсованості дії на нього інших тіл.*

Рис. 6.1. Ґалілео Ґалілей (1564–1642) — італійський мислитель епохи Відродження. Засновник класичної механіки, математик, астроном. Удосконалив конструкцію телескопа, спостерігав гори та кратери на Місяці, плями на Сонці, відкрив супутники Юпітера. Свідомо та послідовно впроваджував у науку активний експеримент замість пасивного спостереження

! Можна сказати, що рух за інерцією — це рух тіла зі швидкістю, незмінною за модулем і напрямом, за відсутності або скомпенсованості дії на дане тіло інших тіл. Твердження про існування такого руху називають **законом інерції Ґалілея**.

Найкращою ілюстрацією закону інерції міг би бути рух тіла, на яке зовсім не діють інші тіла (це так зване **вільне тіло**). Таке тіло мало б рухатися саме за інерцією. Проте насправді немає у Всесвіті тіла, «ізольованого» від дії всіх інших тіл. Можна лише зменшувати таку дію, тим самим наближаючись до ідеалізованої ситуації — руху за інерцією.

Наприклад, коли шайба ковзає горизонтальним льодовим майданчиком, швидкість її руху зменшується через тертя об лід, і шайба зупиняється, подолавши певну відстань (не дуже велику, якщо поверхню льоду подряпано). Якщо ретельно відполірувати лід за допомогою спеціальної машини, тертя зменшиться і шайба проходитиме набагато більшу відстань. У деяких іграх під «шайбою» створюють повітряну подушку, що робить тертя практично непомітним. У цьому випадку можна вже наближено вважати, що шайба рухається за інерцією.



Якщо поряд із льодовим майданчиком розганяється або гальмує автомобіль, то в його системі відліку шайба рухатиметься якось інакше. Отже, явище інерції спостерігається не в усіх системах відліку. Закон інерції Ґалілея став основою системи законів механіки, створеної великим англійським ученим І. Ньютоном (рис. 6.2). Сам Ньютон назвав цей закон першим законом руху. Нині його найчастіше називають **першим законом динаміки**. Наведемо одне з його поширених формулювань.

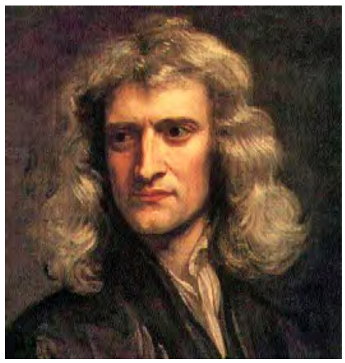
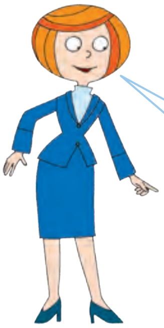


Рис. 6.2. Ісаак Ньютон (1643–1727) — англійський учений, засновник сучасного природознавства, творець класичної фізики, видатний математик. Відкрив закони руху та закон всесвітнього тяжіння, пояснив закони Кеплера, що описують рух планет і супутників. Побудував перший телескоп-рефлектор, розвинув теорію кольору та числення нескінченно малих. Узагальнив біном Ньютона, запропонував метод розв'язування нелінійних рівнянь

! Існують такі системи відліку, відносно яких тіло зберігає стан спокою або прямолінійного рівномірного руху, якщо на нього не діють інші тіла або якщо їх дії скомпенсовані.

Системи відліку, про які йдеться в законі (тобто такі, в яких спостерігається явище інерції), називають **інерціальними системами відліку**.

Системи відліку, пов'язані з реальними тілами, можна вважати інерціальними лише приблизно. Проте дуже важливо, що таких систем *безліч*: якщо вже існує одна інерціальна система відліку та тіла, що рухаються відносно неї прямолінійно рівномірно, то з *кожним* таким тілом теж можна пов'язати інерціальну систему відліку. Зокрема, пов'язана з вільним тілом система відліку була б інерціальною. Якщо ж тіло рухається відносно інерціальної системи відліку з прискоренням, то пов'язана з цим тілом система відліку є **неінерціальною** (у ній не виконується закон інерції).



У більшості випадків можна, проте коли йдеться про дуже точні дослідження руху — то ні (адже поверхня Землі сама рухається з прискоренням відносно центра Землі або Сонця, зокрема через добове та річне обертання Землі). Якщо ми вважаємо СВ-1 інерціальною, то такою буде й система відліку, пов'язана з вагоном поїзда під час прямолінійного рівномірного руху (рис. 6.3). Якщо ж поїзд рухається з прискоренням (наприклад, під час гальмування), пов'язана з ним система відліку є неінерціальною. Усі предмети без видимої причини набувають руху відносно поїзда, тобто не зберігають стану спокою. Наприклад, різке гальмування поїзда може спричинити падіння валізи з полки.

Якщо тіло, що рухається за інерцією, не є матеріальною точкою, то воно під час руху може ще й рівномірно обертатися навколо певної власної осі (якщо б навіть взаємодія Землі із Сонцем раптово зникла, то добове обертання Землі залишилося б).

Закони динаміки Ньютона сформульовані саме для руху відносно інерціальної системи відліку. Природно, виникає запитання: відносно якої саме з безлічі таких систем відліку? Відповідь дає **принцип відносності Ґалілея**.

! Механічні процеси протікають однаково в усіх інерціальних системах відліку.

Треба правильно розуміти цей принцип. Він аж ніяк не означає, що траєкторія або швидкість руху тіла однакові в різних інерціальних системах відліку. Якщо, наприклад, у СВ-2 (рис. 6.3) крапля води падає без початкової швидкості, то траєкторія її руху — відрізок вертикальної прямої. Рух тієї самої краплі відносно Землі (СВ-1)

Рис. 6.3. Якщо систему відліку СВ-1, пов'язану із Землею, можна вважати інерціальною, то такою ж можна вважати СВ-2 (поїзд рухається прямолінійно рівномірно). Система ж відліку СВ-3 є неінерціальною (поїзд гальмує перед зупинкою)

відбувається по параболічній траєкторії. Що ж є однаковим з точки зору різних інерціальних систем відліку?

Перш за все, закони, які описують рух. В обох системах відліку крапля рухається під дією однієї і тієї самої сили тяжіння, яка визначає прискорення руху. Якщо в різних інерціальних системах відліку забезпечити однакові початкові умови руху тіла, то й рух буде однаковим.

Сам Ґалілей пропонував читачеві своєї книжки провести численні досліди «у просторому приміщенні під палубою корабля» та переконатися: за результатами жодного досліду неможливо визначити, рухається корабель чи ні (якщо йдеться про прямолінійний рівномірний рух без хитавиці). Результати всіх дослідів, здійснених за однакових умов, будуть однаковими! Отже, серед інерціальних систем відліку немає якоїсь однієї «головної», пов'язаної чи то з Землею, чи то з Сонцем, чи ще з якимось тілом.

! Усі інерціальні системи відліку є рівноправними.

Вибір певної інерціальної системи відліку не може бути «неправильним», він може бути більш чи менш зручним.

Зверніть увагу!

Фізичні величини можна розділити на **відносні** та **інваріантні** щодо переходу до іншої інерціальної системи відліку. Відносні величини змінюються внаслідок такого переходу, а інваріантні — ні. До відносних величин належать швидкість руху, переміщення, шлях тощо, до інваріантних — наприклад, прискорення руху тіла (див. вправу 6.7).

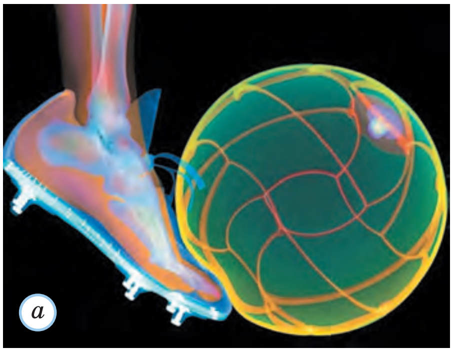
2 Маса та сила. Другий закон динаміки

Ви вже знаєте, за яких умов тіло зберігає стан спокою або прямолінійного рівномірного руху, тобто за яких умов прискорення тіла дорівнює нулю. Очевидно, що тіло змінює швидкість (тобто набуває прискорення) тільки під дією інших тіл, тобто в процесі **взаємодії** з ними. Тепер потрібно розібратися, від яких чинників залежить прискорення тіла. Для цього нагадаємо про дві фізичні величини (**масу** та **силу**), з якими ви вже не раз мали справу під час вивчення фізики.

! Сила $(\vec{F})$ — це векторна фізична величина, що характеризує взаємодію тіл.

Якщо ви зараз сидите в кріслі, то на вас діють **сила тяжіння** з боку Землі, **сили пружності** з боку сидіння та спинки крісла і підлоги, а також **сили тертя** з боку підлоги та сидіння. Саме ці типи сил є головними в механіці*. Сили пружності та тертя є різновидами **електромагнітних сил**.

* У наведеному переліку нібито відсутні сили тиску рідини та газу, а також сила Архімеда. Усі ці сили зумовлені міжмолекулярними взаємодіями. Вони так само, як і сила пружності, є різновидами електромагнітних сил.



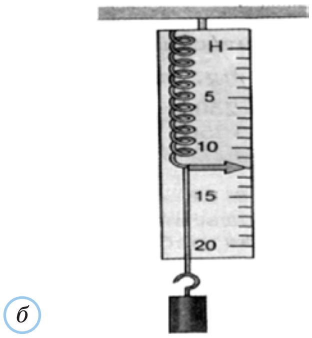


Рис. 6.4. Деформація тіл: *а* — м'яча внаслідок взаємодії з ногою; *б* — пружини динамометра внаслідок взаємодії з підвішеним вантажем

Результат дії сили на тіло залежить від модуля F цієї сили, її напряму та місця прикладання (якщо тіло не можна вважати матеріальною точкою). Наприклад, якщо футболіст діє ногою на м'яч, що котиться футбольним полем, то залежно від напряму сили він може зупинити м'яч, прискорити його рух або змінити напрям цього руху. Змінивши точку удару, футболіст може надати м'ячу певного обертання («закрутити» його).

Наслідком дії сили може бути не тільки зміна швидкості руху тіла, а й **деформація** — зміна форми та (або) розмірів тіла (рис. 6.4, *а*). Це застосовують для вимірювання сил за допомогою *пружинного динамометра* (рис. 6.4, *б*). Відповідно до закону Гука, який ви вивчали в 7 класі, між видовженням x пружини динамометра та значенням вимірюваної сили F існує простий зв'язок, а саме $F = kx$, де k — коефіцієнт жорсткості пружини.

Очевидно, прискорення тіла залежить від сили, яка надає тілу це прискорення. Але це прискорення залежить і від властивостей самого тіла. Розгляньмо експеримент (рис. 6.5): поставимо перед сталевим візком вимкнений електромагніт. У момент його вмикання почнемо фотографувати візок при *стробоскопічному освітленні* (це освітлення короткими спалахами світла через однакові інтервали часу). Знаючи інтервали часу між спалахами джерела світла та відстані між послідовними положеннями візка, можна визначити його прискорення на початку руху. Після цього можна повторити експеримент, поклавши на візок немагнітний вантаж. Виявляється, прискорення візка зменшується порівняно з першим експериментом.

Під час обох експериментів на візок діяла однакова сила з боку електромагніту. Що ж змінилося? Змінилася маса тіла: у візка з вантажем вона більша, ніж у пустого візка. Нагадаємо, що *маса є мірою* **інертності** *тіла*. Інертність — це властивість тіла, яка полягає в тому, що для зміни швидкості руху тіла потрібен деякий час. Чим більша інертність, тим більший цей час, тобто тим менше прискорення тіла.

Одиниця маси в СІ — кілограм (кг). Існує міжнародний прототип кілограма, що зберігається у Франції, у передмісті Парижа. Виміряти масу тіла означає порівняти

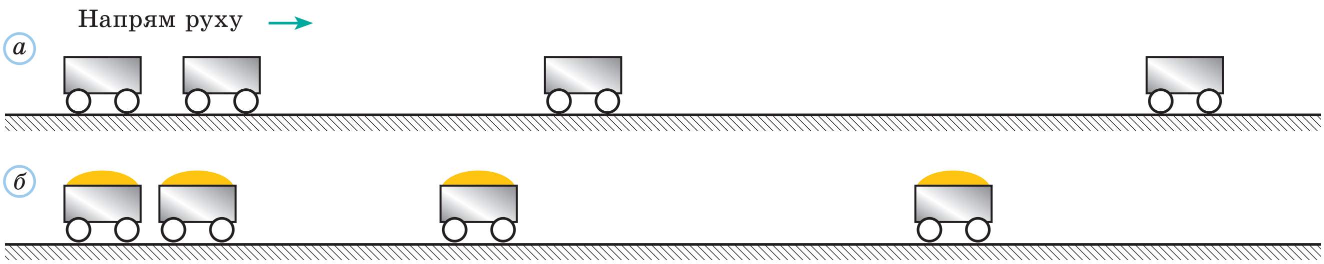


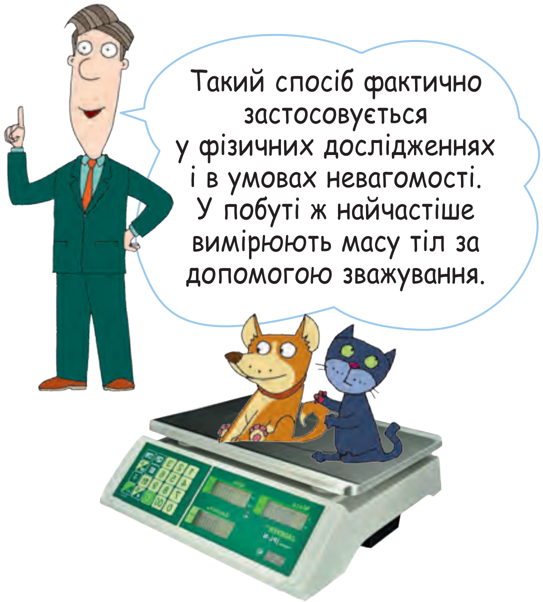
Рис. 6.5. Визначення прискорення візка під дією сили

її з масою цього прототипу. Зрозуміло, що існує багато копій прототипу, виготовлених з певною точністю, які застосовують під час зважування тіл.

Маса є незмінною характеристикою певного тіла, що не залежить від вибору системи відліку або від швидкості руху тіла. У класичній фізиці (тобто коли не йдеться про перетворення атомних ядер або елементарних частинок, про еволюцію зір) можна вважати, що маса будь-якої системи є сумою мас її складових частин (таку властивість маси називають **адитивністю**). У класичній фізиці можна також уважати, що загальна маса системи тіл не змінюється внаслідок будь-яких процесів у цій системі.

Порівняти маси m_1 і m_2 двох тіл можна, вимірявши модулі a_1 і a_2 прискорень цих тіл під дією однакових сил:

$$\boxed{\frac{m_2}{m_1} = \frac{a_1}{a_2}.}$$



Прискорення тіла залежить від сили, що діє на нього, та маси тіла. Ми вже встановили, що прискорення обернено пропорційне масі тіла: $a \sim \frac{1}{m}$. Очевидно, прискорення має збільшуватися, коли збільшується сила. Сила ж збільшується пропорційно силі струму в обмотці електромагніту (рис. 6.5), а в інших дослідах сила пружності збільшується пропорційно видовженню пружини. Численні експерименти показали, що прискорення тіла під дією сили прямо пропорційне модулю цієї сили: $a \sim F$. Отже, прискорення тіла пропорційне відношенню сили до маси тіла: $a \sim \frac{F}{m}$.

Одиницю сили вибирають так, щоб коефіцієнт пропорційності у формулі для прискорення дорівнював одиниці. Ураховуючи, що напрями сили та прискорення збігаються, можемо записати формулу **другого закону динаміки**:

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.}$$

Цю формулу можна записати і для модулів векторів $\left(a = \frac{F}{m}\right)$, і для їх проекцій ($a_x = \frac{F_x}{m}$тощо). Можна також записати співвідношення $\vec{F} = m\vec{a}$.

! Одиниця сили в СІ — ньютон (Н): $1\,\text{Н} = 1\,\text{кг} \cdot 1\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Один ньютон — це сила, що надає тілу масою 1 кг прискорення 1 м/с^2.

Іноді кажуть, що у формулі другого закону динаміки міститься й перший закон (адже за умови $F=0$ отримуємо $a=0$, тобто $\vec{v}=\text{const}$). З другого закону динаміки випливає, що рівноприскорений рух відбувається під дією *постійної* сили. Зокрема, під час вільного падіння на тіло діє постійна сила тяжіння $\vec{F}_{тяж}=m\vec{g}$.

Зазвичай на тіло одночасно діють кілька різних сил (рис. 6.6). Якщо це тіло можна розглядати як матеріальну точку, всі ці сили можна замінити однією — *рівнодійною*.

Рис. 6.6. Приклади тіл, на які діють кілька сил

! Силу, яка здійснює на тіло таку саму дію, як кілька сил, що діють одночасно, називають **рівнодійною** цих сил.

У такому випадку у формулу другого закону динаміки входить саме рівнодійна $\vec{F}$ усіх прикладених до тіла сил. Вона дорівнює векторній сумі цих сил:

$$\boxed{\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\ldots+\vec{F}_n.}$$

Розберемося глибше

«Таку саму дію» в означенні рівнодійної слід розуміти тільки як «такий самий вплив на рух тіла як цілого». *Якщо ж цікавитися деформацією тіла або можливістю його руйнування, то систему сил не можна заміняти на їх рівнодійну*. Якщо, наприклад, тягнути нитку за кінці з однаковими за модулем силами в протилежних напрямах, то рівнодійна двох прикладених сил дорівнюватиме нулю. Дійсно, під дією цих сил нерухома нитка не почне рухатися. Проте очевидно, що ці сили спричиняють подовження нитки, а достатньо великі сили — її розрив.

Під час подальшого вивчення фізики ви навчитеся застосовувати другий закон динаміки в більш складних ситуаціях (зокрема, коли кілька сил взагалі не можна замінити на одну — рівнодійну).

3 Третій закон динаміки

Якщо ви аплодуєте артисту або оратору, *обидві* долоні відчувають удари; якщо натиснути одним шматком пластиліну на інший, деформуються обидва шматки; якщо вдарити одним курячим яйцем по іншому, то не можна передбачити, яке саме з них розіб'ється. Усі ці приклади свідчать: якщо тіло 1 діє на тіло 2 з силою $\vec{F}_{2-1}$, то обов'язково є й «зворотна» дія тіла 2 на тіло 1 із силою $\vec{F}_{1-2}$, тобто сили завжди виникають *парами*. Це підкреслюється загальноприйнятим терміном «**взаємодія**». Ньютон назвав сили $\vec{F}_{1-2}$ і $\vec{F}_{2-1}$ «дією» та «протидією». Яку саме з них уважати «дією», а яку — «протидією», не має значення. Обидві сили (рис. 6.7), що виникають під час взаємодії, мають однакову природу (наприклад, якщо «дія» — це сила пружності, то «протидія» не може бути силою тяжіння).

Отже, якщо взаємодіють два тіла, то обидва вони набувають під час взаємодії прискорення $\vec{a}_1$ і $\vec{a}_2$. Численні досліди показують, що напрями цих прискорень завжди є протилежними. Модулі ж прискорень двох тіл можуть змінюватися під час взаємодії, але їх відношення залишається сталим:

$$\boxed{\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}.}$$

Останню формулу можна записати у вигляді $m_1 a_1 = m_2 a_2$. Оскільки напрями прискорень протилежні, маємо $m_1 \vec{a}_1 = -m_2 \vec{a}_2$. Згідно з другим законом динаміки $m_1 \vec{a}_1 = \vec{F}_{1-2}$, $m_2 \vec{a}_2 = \vec{F}_{2-1}$. Отже, $\vec{F}_{1-2} = -\vec{F}_{2-1}$.

Сили $\vec{F}_{1-2}$ і $\vec{F}_{2-1}$, що виникають під час взаємодії двох матеріальних точок, обов'язково напрямлені вздовж однієї прямої, яка проходить через ці точки (рис. 6.8).

Ньютон формулював третій закон механіки дуже коротко: «дії завжди відповідає рівна та протилежна протидія». Сучасне формулювання дещо докладніше.

! Тіла взаємодіють із силами, що мають одну природу, напрямлені вздовж однієї прямої, рівні за модулем і протилежні за напрямами: $\vec{F}_{1-2} = -\vec{F}_{2-1}$.

Рис. 6.7. Пари сил, що виникають під час взаємодії: *а* — дві сили тяжіння (діють на Місяць і Землю); *б* — дві сили пружності (діють на м'яч і голову); *в* — дві сили тертя (діють на санки та сніговий схил)

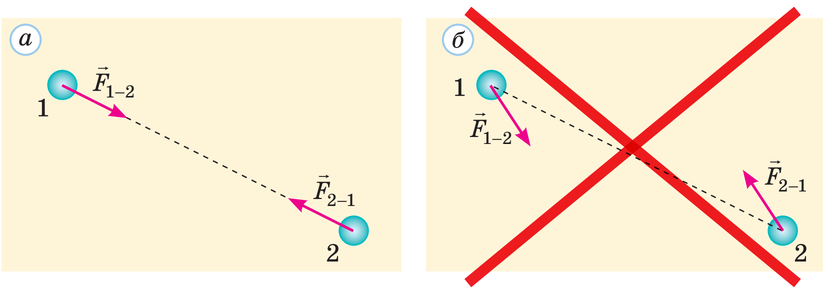
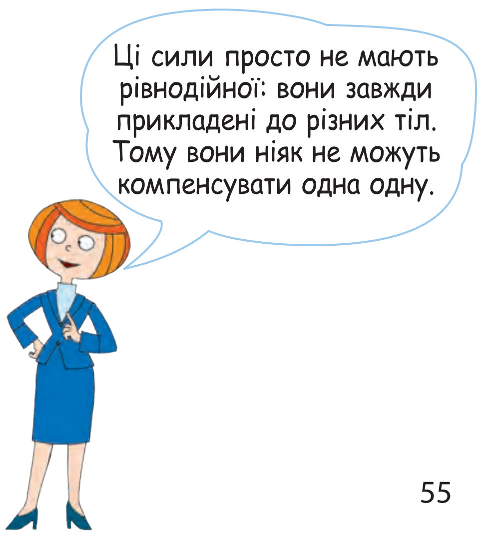


Рис. 6.8. Взаємодія матеріальних точок: *а* — можливі напрями сил; *б* — неможливі напрями сил (сили не напрямлені вздовж однієї прямої)



З прикладами дії третього закону динаміки ми зустрічаємося постійно. Човен, від якого відштовхується людина, стрибаючи на берег, відходить далі від берега. Куля під час пострілу вилітає вперед, «відштовхуючись» від рушниці за допомогою порохових газів, а сама рушниця набуває руху назад (явище віддачі). Щоб послабити віддачу, стрілець має притиснути приклад рушниці до плеча (тим самим «додаючи» масу свого тіла до маси рушниці та зменшуючи швидкість віддачі). А от автомобіль, що рушає з місця, «відштовхується» від Землі. Унаслідок цієї взаємодії Земля набуває прискорення в напрямі, зворотному до прискорення автомобіля. Проте через величезну масу Землі помітити «віддачу» в цьому випадку неможливо.

4 Межі застосування законів динаміки Ньютона

Закони динаміки Ньютона є важливою частиною класичної механіки. Колись здавалося, що на їх основі можна пояснити взагалі мало не всі природні явища. Проте згодом виявилося, що це не так.

! Закони класичної механіки правильно описують рух макроскопічних тіл зі швидкостями, набагато меншими від швидкості світла у вакуумі.

Якщо швидкість руху є порівнянною зі швидкістю світла у вакуумі, то на зміну законам механіки Ньютона приходять закони спеціальної теорії відносності Ейнштейна (їм присвячений наступний розділ підручника). Проте створення теорії відносності ні в якому разі не «відмінило» закони класичної механіки. Адже за малих швидкостей руху всі висновки цих двох теорій збігаються. Можна сказати, що граничним випадком спеціальної теорії відносності для повільних рухів є саме класична механіка. А ми зазвичай маємо справу саме з такими «повільними» рухами: навіть швидкість руху Землі навколо Сонця в 10 тисяч разів менша від швидкості світла у вакуумі!

Так само не «відмінило» класичну механіку й створення квантової механіки, яка суттєво розширила наші уявлення про закони природи. Проте в граничному випадку, коли переходимо від мікроскопічних до макроскопічних об'єктів, з рівнянь квантової механіки випливають такі самі висновки, як і з рівнянь класичної механіки. Отже, класичну механіку можна розглядати ще й як граничний випадок квантової.

Закони класичної механіки неможливо «відмінити» або «перекреслити». Адже отримані з цих законів висновки підтверджені безліччю експериментів. Просто тепер ми знаємо, що класична механіка не є «всемогутньою та всеосяжною». Вона дозволяє правильно описувати лише певне коло явищ. Це аж ніяк не зменшує важливості класичної механіки, вона є невід'ємною частиною сучасної науки.

5 Вчимося розв'язувати задачі

Задача 1. На тіло масою $m = 2$ кг одночасно діють три сили (рис. 1). Визначте модуль і напрям прискорення цього тіла, якщо $F_1 = F_2 = 15$ Н, $F_3 = 7$ Н.

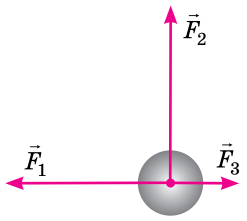


Рис. 1

Розв'язання. Відповідно до другого закону динаміки модуль прискорення $a = \frac{F}{m}$, де F — модуль рівнодійної трьох сил $\left(\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3\right)$. Щоб знайти рівнодійну, зручно спочатку знайти суму двох горизонтальних сил $\left(\vec{F}_{1,3} = \vec{F}_1 + \vec{F}_3\right)$, а потім додати третю силу: $\vec{F} = \vec{F}_{1,3} + \vec{F}_2$ (рис. 2). Очевидно, $F_{1,3} = F_1 - F_3 = 8$ Н. З теореми Піфагора отримуємо $F = \sqrt{F_{1,3}^2 + F_2^2} = 17$ Н. Отже, $a = 8{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

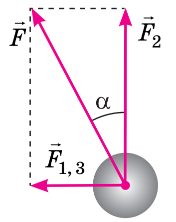


Рис. 2

Прискорення напрямлене так само, як рівнодійна $\vec{F}$, тобто під кутом $\alpha = \operatorname{arctg}\frac{F_{1,3}}{F_2} = 28°$ до сили $\vec{F}_2$.

Відповідь: $a = 8{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Задача 2. На тонкому легкому дроті можна підвісити вантаж масою до 25 кг. Чи витримає дріт, якщо двоє хлопців «перетягуватимуть» його, діючи з силами по 200 Н?

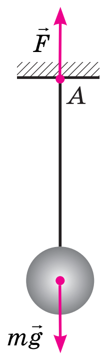


Рис. 3

Розв'язання. На систему «дріт + вантаж» діють дві *зовнішні* сили: напрямлена вниз сила тяжіння $m\vec{g}$ і напрямлена вгору сила пружності F з боку підвісу, до якого кріпиться верхній кінець A нитки (рис. 3). Оскільки *дріт* перебуває в рівновазі, $m\vec{g} + \vec{F} = 0$. Отже, обидві сили однакові за модулем: $mg = F \approx 250$ Н. Таким чином, коли підвішено максимальний вантаж, дріт фактично розтягають дві протилежні сили по 250 Н кожна. Якщо дріт витримує таке навантаження, то він витримає й дію двох менших сил (по 200 Н). Зазначимо, що дріт «тягне» і вантаж, і підвіс (рис. 3) із силами, що за модулем дорівнюють mg (тобто сила T натягу дроту дорівнює mg).

Відповідь: дріт витримає навантаження.

Підбиваємо підсумки

Динаміка — розділ механіки, що вивчає причини та умови того чи іншого руху тіл. Динаміка ґрунтується на трьох законах Ньютона.

1. Існують такі системи відліку (інерціальні), відносно яких тіло зберігає стан спокою або прямолінійного рівномірного руху, якщо на нього не діють інші тіла або якщо їх дії скомпенсовані.

2. Прискорення, якого набуває тіло під дією сили, прямо пропорційне цій силі та обернено пропорційне масі тіла: $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$.

3. Тіла взаємодіють із силами, що мають одну природу, напрямлені вздовж однієї прямої, рівні за модулем і протилежні за напрямами: $\vec{F}_{1-2} = -\vec{F}_{2-1}$.

Систему відліку, пов'язану із Землею, у більшості задач можна приблизно розглядати як інерціальну. Маса є мірою інертності тіла, сила — векторна фізична величина, що характеризує взаємодію тіл. У механіці розглядають три головні типи сил: сили тяжіння, пружності та тертя. Якщо на матеріальну точку одночасно діють кілька сил, їх можна замінити однією (рівнодійною): $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n$.

Контрольні запитання

1. Який рух називають рухом за інерцією? 2. Чи обов'язково для підтримання руху необхідна сила? 3. У яких системах відліку виконується перший закон динаміки? 4. Що характеризує маса тіла? 5. Що таке сила? 6. Сформулюйте та запишіть другий закон динаміки. 7. Як знайти рівнодійну кількох сил, що одночасно діють на тіло? 8. Поясніть твердження «сили виникають парами». 9. Сформулюйте та запишіть третій закон динаміки.

Вправа № 6

1. Яку силу тяги має розвивати в далекому космосі ракета масою 500 кг, щоб рухатися з прискоренням 2 см/с^2?

2. Тіло масою 5 кг тягнуть угору, прикладаючи силу 60 Н. Визначте прискорення тіла, вважаючи $g = 10$ м/с^2.

3. На тіло масою 4 кг діють дві сили, модулі яких дорівнюють 13 і 7 Н. Чи можуть ці сили надати тілу прискорення: а) 1 м/с^2; б) 4 м/с^2; в) 7 м/с^2?

4. Визначте модуль прискорення тіла масою 6 кг під дією двох взаємно перпендикулярних сил, модулі яких дорівнюють 15 і 36 Н.

5. Тіло масою 2 кг рухається вздовж осі Ox. Визначте модуль рівнодійної прикладених до цього тіла сил, якщо рух описується формулою: а) $v_x = -2 + t$; б) $x = 5 + 7t - 1{,}5t^2$. Усі величини в формулах подано в одиницях СІ.

6. Під час відділення транспортного корабля масою 6 т від космічної станції корабель рухається з прискоренням 0,2 м/с^2, а станція — з прискоренням 2,5 см/с^2. Визначте масу космічної станції.

7. Доведіть, що прискорення руху тіла є інваріантним щодо переходу з однієї інерціальної системи відліку до іншої.

8. Знайдіть в Інтернеті інформацію про наукові відкриття Ґалілея, підготуйте коротке повідомлення для своїх однокласників.

§ 7. ГРАВІТАЦІЙНА ВЗАЄМОДІЯ ТА ВАГА. КОСМІЧНІ ШВИДКОСТІ

1 Закон всесвітнього тяжіння

Ви вже знаєте про всесвітнє тяжіння (гравітацію) — сили тяжіння, що існують між будь-якими двома тілами у Всесвіті. І. Ньютон установив закон всесвітнього тяжіння.

! Будь-які дві матеріальні точки притягають одна одну з силою, прямо пропорційною добутку їх мас і обернено пропорційною квадрату відстані між ними: $F = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$.

Тут коефіцієнт G — гравітаційна стала, однакова для всіх тіл у Всесвіті.

Оскільки $G = \dfrac{Fr^2}{m_1 m_2}$, отримуємо $[G] = \dfrac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$. Якщо чисельні значення мас тіл і відстані між ними дорівнюють відповідним одиницям, то сила тяжіння чисельно дорівнює G.

! Таким чином, гравітаційна стала чисельно дорівнює силі гравітаційної взаємодії між матеріальними точками масою по 1 кг за відстані між ними 1 м.

Кожний закон природи має певні межі застосування. У законі всесвітнього тяжіння йдеться про взаємодію матеріальних точок. Проте І. Ньютон довів, що закон справедливий і для тіл кулястої форми з однорідним або сферично симетричним розподілом речовини. У такому випадку відстань r беруть між центрами куль (рис. 7.1, *а*). Закон також справедливий для взаємодії великої кулі та маленького тіла довільної форми, навіть якщо це тіло розташоване біля поверхні кулі (рис. 7.1, *б*).

За сучасними даними $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \dfrac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$. Отже, навіть кулі масою по 1 т на відстані 1 м одна від одної притягаються з силою лише 66,7 мкН! От чому ми зазвичай не помічаємо гравітаційної взаємодії з навколишніми тілами за винятком Землі.

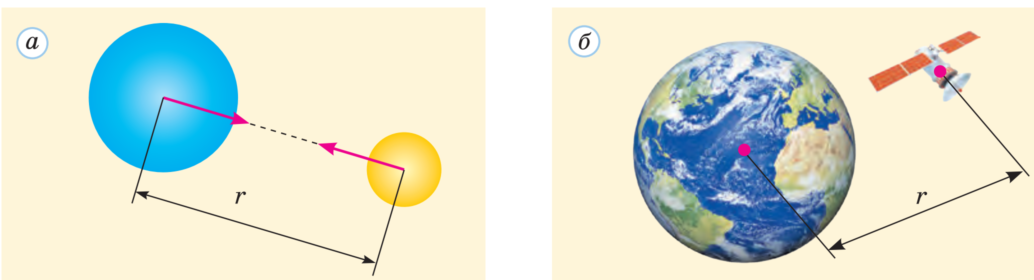


Рис. 7.1. Випадки, коли можна застосовувати закон всесвітнього тяжіння

Якщо ж тіла мають більш складну форму, то підрахувати силу тяжіння можна лише чисельними методами. Треба подумки розбити тіла на такі маленькі частини, які можна вважати матеріальними точками, знайти сили, що діють на кожну з таких матеріальних точок, та визначити їх суму (ви вже розумієте, що йдеться про застосування інтегрального числення).

Свого часу саме закон всесвітнього тяжіння дозволив пояснити та передбачити рух небесних тіл, визначити масу M Землі за виміряними значеннями її радіуса R та прискорення вільного падіння g біля її поверхні. Для цього достатньо скористатися співвідношенням $mg = G\frac{mM}{R^2}$, звідки отримуємо $M = \frac{gR^2}{G}$. Вдалося виміряти й маси багатьох зір у подвійних системах.

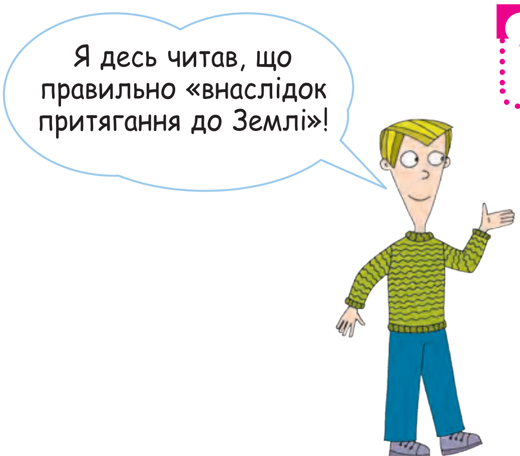
Закон всесвітнього тяжіння пояснює зменшення сили $F_{тяж}$ земного тяжіння з висотою: $F_{тяж} = G\frac{Mm}{(R+h)^2}$. Аналіз відносно невеликих аномалій сили тяжіння дозволяє визначити відхилення густини земної кори від середнього значення та відповідно прогнозувати наявність покладів корисних копалин.

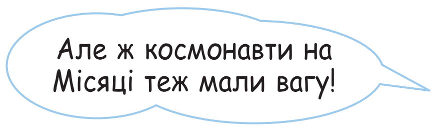
З точки зору класичної фізики закон всесвітнього тяжіння є головним законом, що описує гравітаційне поле, через яке й передається гравітаційна взаємодія. Уже у XX столітті виявилося, що ньютонівська теорія гравітації описує лише відносно слабкі гравітаційні поля. У загальному ж випадку на зміну закону всесвітнього тяжіння приходить теорія гравітації, розроблена А. Ейнштейном (її ще називають загальною теорією відносності).

2 Вага та невагомість

Нагадаємо ще про одну фізичну величину, відому вам з курсу фізики 7 класу. Це вага тіла, яка тісно пов'язана з силою тяжіння.

! Вага $\vec{P}$ тіла — це сила, з якою воно внаслідок гравітаційних сил діє на опору або підвіс.





Зрозуміло, що вага тіла поблизу поверхні Місяця переважно зумовлена саме притяганням до Місяця, а не до Землі.